

LA MATEMATICA NEI LICEI

IVAN CASAGLIA

Liceo Scientifico Castelnuovo, Firenze

1. I problemi di una storia

Di quali fonti e di quali documenti può avvalersi oggi chi intenda ricostruire le vicende dell'insegnamento matematico nei licei, nei 150 anni della scuola italiana? Per cominciare, dei programmi ministeriali che si sono avvicinati in questo secolo e mezzo, anche se il loro valore e il loro significato sono molto cambiati nel corso del tempo. Dei libri di testo e dei manuali, dal momento che l'editoria scolastica ha sempre avuto un ruolo fondamentale nella scuola italiana, talvolta nel sostenere progetti innovativi e di riforma dell'insegnamento, talaltra come fattore di conservazione. Poi c'è il dibattito che ha animato le commissioni di studio, i congressi, i convegni delle associazioni scientifiche e professionali e che possiamo trovare documentato sulle riviste dedicate alla matematica e al suo insegnamento, ma anche in numerosi studi condotti in misura crescente proprio negli ultimi anni. Un altro elemento di riflessione potrebbe essere fornito dallo studio del modo con cui, nel corso del tempo, si sono formati gli insegnanti e – per dire – i testi di riferimento di questa formazione. Ma fatto l'elenco di tutti questi aspetti, resta fuori quella 'scuola reale' che dell'insieme dei fattori che abbiamo indicato è stata l'interlocutrice, più o meno attenta, e che ha filtrato i programmi ministeriali, il contenuto dei manuali scolastici, l'intero dibattito intorno alla didattica della matematica, con esiti molto diversi. Quali documenti ci potrebbero permettere di ricostruire la storia dell'insegnamento effettivo della matematica nei licei, e quale potrebbe essere la loro attendibilità e comparabilità? Si capisce dunque che, per parlare della matematica nella scuola italiana, occorrerebbe un ampio programma di ricerche, il quale – per quanto mi consta – è ancora, in buona parte, da realizzare.

Aggiungo una difficoltà. Il termine "liceo", nel dibattito del nostro paese, è spesso usato come sinonimo di scuola secondaria superiore. La scuola superiore però comprende anche altre istituzioni che hanno avuto un ruolo molto importante nella vita nazionale come gli Istituti tecnici, le Scuole e gli Istituti magistrali, le diverse Scuole professionali, e non è certamente possibile adempiere al compito di tracciare un quadro complessivo dell'insegnamento della matematica nelle scuole secondarie superiori, nello spazio destinato a questo intervento. Mi atterrò pertanto alle indicazioni contenute nella presentazione di questo convegno, tentando una lettura dei *cambiamenti intervenuti nei programmi scolastici*, ma intrecciando questa operazione con uno sguardo ai documenti di quelle che possiamo chiamare le "riforme mancate", quei progetti cioè

che non sono mai stati attuati, o lo sono stati solo in minima parte, e che pure hanno costituito un riferimento importante per gli insegnanti di matematica e per la loro ricerca. Questo ci obbligherà a considerare anche il dibattito che si è sviluppato intorno all'insegnamento della matematica e alle tendenze e posizioni che lo hanno animato.

A rendere più agevole il compito è il sostanziale immobilismo che ha sempre caratterizzato la scuola italiana e in particolare la sua scuola superiore. Tant'è che se escludiamo – come intendo fare – le vicende più recenti, cioè l'insieme dei tentativi di riforma che hanno investito la scuola italiana negli ultimi quindici anni, la nostra storia ha due grandi avvenimenti cui fare riferimento: la legge Casati del 1859 e la riforma Gentile del 1923.

2. La matematica nel liceo dell'Italia unita

Per tentare di capire quali siano stati i contenuti e i metodi dell'insegnamento della matematica, e ancora prima quali siano state le sue finalità e in quale contesto culturale esse siano state individuate, bisogna, seppure in modo sommario, guardare al sistema scolastico italiano così come uscì dal processo di unificazione nazionale. L'atto costitutivo della scuola italiana è la legge Casati (Regio Decreto 13 novembre 1859) che in verità fu promulgata come decreto del Regno di Sardegna e poi estesa all'intero territorio della nascente nazione italiana. L'impianto del sistema scolastico era quello rappresentato dal seguente schema:

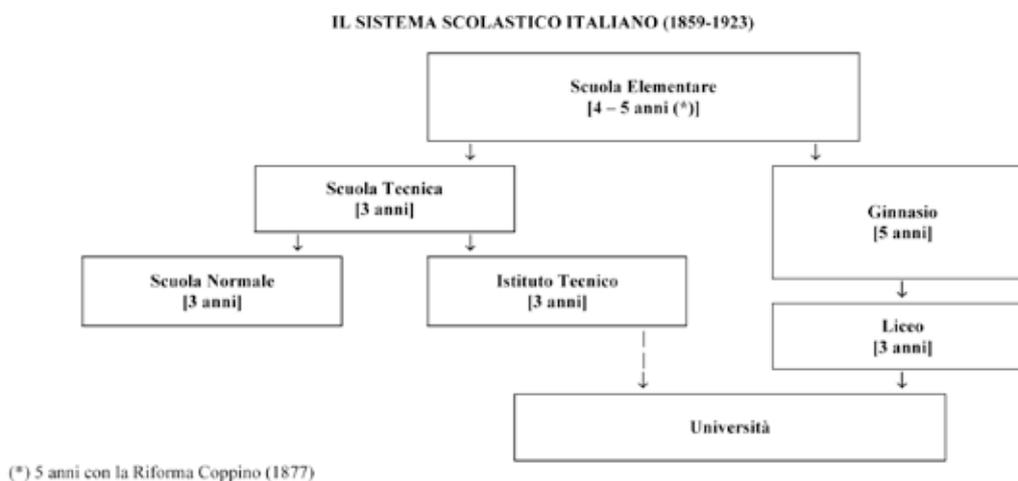


Figura 1.

È chiaro che in questo sistema il liceo era uno solo e come tale non aveva bisogno di aggettivi; il termine “Liceo classico” – come vedremo – sarà introdotto solo nel 1911 per distinguerlo dal nuovo Liceo moderno.

I primi programmi scolastici emanati nel nuovo contesto unitario furono quelli disposti dal Ministro Coppino nel 1867. Prima di esaminarli occorre ricordare che essi furono ispirati da una figura centrale per la matematica italiana del tempo: quella di Luigi Cremona. Matematico di grande valore, patriota impegnato nelle vicende ri-

sorgimentali, egli ebbe un ruolo decisivo nell'organizzazione dell'insegnamento e della ricerca matematica nelle Università. Come esponente della nuova classe dirigente che ebbe la responsabilità di gettare le basi dello stato unitario, Cremona venne coinvolto nella definizione degli orientamenti culturali della scuola superiore e, in questo ruolo, promosse una scelta che peserà moltissimo, nel bene e nel male, nelle vicende dell'insegnamento matematico nei licei: quella che è stata definita in modo efficace come l'*Operazione Euclide* [11, p.9].

In pratica si trattò della decisione di adottare come libro di testo per l'insegnamento della geometria, gli *Elementi* di Euclide, senza alcuna mediazione didattica e culturale. Le ragioni di questa scelta, che oggi può apparire quasi incomprensibile, furono molteplici. Da una parte, l'idea che l'educazione matematica si ponesse, in questo ambito dell'istruzione, come completamento della più generale educazione classica, muovendo dalla convinzione che non si possa avere una visione completa del mondo classico senza guardare anche alla sua scienza, nella quale la matematica occupava, soprattutto per i Greci, una posizione di assoluto rilievo. L'uso del testo di Euclide, in questa prospettiva, per le caratteristiche stesse di questa opera che ne fanno a un tempo il primo esempio della matematica come scienza deduttiva e la summa del sapere matematico della civiltà greca, appare del tutto naturale. A questa prima e forte ragione però se ne accompagnavano, intrecciate tra loro, anche altre culturali e – per così dire – politiche.

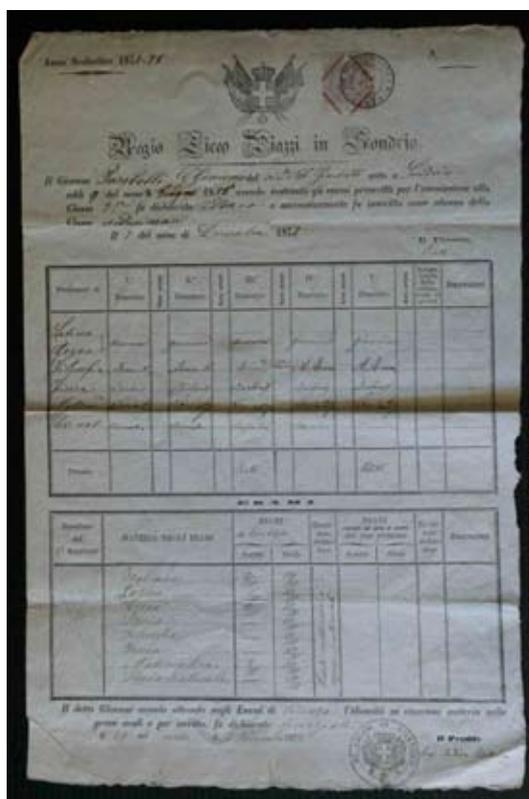


Figura 2.

Nel momento in cui si doveva fondare la scuola italiana, ci si poneva il problema di individuare un'impostazione unitaria che fosse in grado di superare le diverse tradizioni 'regionali', quelle cioè degli stati italiani preunitari, fortemente condizionate dalle tendenze che si rifacevano alla scuola francese e a quella austriaca. La qualità dei manuali in uso era considerata, da Cremona e dagli studiosi che con lui collaborarono, del tutto inadeguata. In particolare si imputava ai manuali di area francese, generalmente ispirati agli *Éléments de géométrie* di Legendre, una sorta di sincretismo tra algebra e geometria che oscurava il valore e il significato dell'edificio deduttivo caratteristico della geometria euclidea. Un ulteriore elemento che può aiutare a spiegare l'operazione Euclide è un riferimento al contesto internazionale esplicitato nelle *Istruzioni* che precedevano i programmi Coppino del 1867, dove, a proposito della geometria, si affermava:

Per dare all'insegnamento la massima efficacia educativa e per ridurre a un tempo la materia entro modesti confini, basta applicare alle nostre l'esempio delle scuole inglesi, facendo ritorno agli elementi di Euclide, che per consenso universale sono il più perfetto modello di rigore geometrico.¹

L'Operazione Euclide diventava l'elemento caratterizzante di una scelta più generale sul ruolo che si intendeva attribuire all'insegnamento matematico nel Ginnasio-Liceo, che ancora nelle *Indicazioni* veniva così individuato:

La matematica nelle scuole secondarie classiche non è da riguardarsi solo come un complesso di proposizioni o di teorie, utili in sé, delle quali i giovanetti debbano acquistare conoscenza per applicarle poi ai bisogni della vita; ma principalmente come un mezzo di coltura intellettuale, come una ginnastica del pensiero, diretta a svolgere la facoltà del raziocinio, e ad aiutare quel giusto e sano criterio che serve di lume per distinguere il vero da ciò che ne ha soltanto l'apparenza.

Questo ideale del rigore non riguardava solo la geometria, ma investiva anche l'ambito di aritmetica e algebra, per il quale si indicavano obiettivi non meno impegnativi, e per il metodo di insegnamento si esortavano gli insegnanti a mostrare, nello svolgimento del programma, che tutte le sue parti erano e strettamente collegate e dovevano essere svolte:

con ordine razionale e con processo rigorosamente scientifico. [...] Non si vuole che ciascuna parte del programma sia svolta con grande estensione, e condotta a minuti particolari; possono invece bastare le proposizioni fondamentali e più originali; ma è necessario che si vada innanzi senza salti, che tutto sia coscienziosamente dimostrato colla più severa esattezza, e che nessuno dei punti toccati rimanga oscuro o dubbioso. Il professore [...] si faccia un obbligo rigoroso di essere sempre ordinato, chiaro ed esatto nel suo discorso.

¹ Questa e le citazioni che seguono sono tratte dalle *Istruzioni e programmi dell'insegnamento classico e tecnico, normale e magistrale, ed elementare nelle pubbliche scuole del Regno* – R.D. 10 ottobre 1867 n. 1942, nella Gazzetta Ufficiale del Regno d'Italia, supplemento al n. 291 del 24 ottobre 1867.

In questo contesto, seppure nei limiti di quelle che potevano essere le concezioni pedagogiche del tempo, specie per docenti di formazione universitaria, si davano anche indicazioni non prive di qualche ragionevolezza esortando il docente ad astenersi:

da quelle lezioni accademiche, le quali servono solo a far pompa di erudizione, e non lasciano alcuna traccia nelle menti dei giovanetti. Al contrario l'opera della scuola sia un continuo scambio di domande e risposte fra maestro e scolaro, per modo che il primo verifichi ad ogni momento se è seguito ed inteso; ed il secondo sia indotto a riflettere sulle cose che ascolta e le faccia sue proprie; e non se ne appaghi finché gli resti alcunché d'incerto.

Se ora guardiamo in modo più specifico ai programmi, per quanto riguarda la geometria, l'indicazione dei contenuti è formulata nei termini dei libri di cui sono costituiti gli *Elementi* di Euclide. In particolare, nella V Ginnasio era previsto il libro I e cioè, per sommi capi, definizioni, postulati, nozioni comuni, teoremi sulla congruenza, sulle rette parallele, sui parallelogrammi, il teorema di Pitagora, le costruzioni elementari, le figure equivalenti. Nella I Liceo i libri II e III (l'algebra geometrica, cerchi, proprietà delle corde, delle tangenti, delle secanti, proprietà angolari), nella II Liceo i libri IV, V, VI, XI e XII (figure inscritte e circoscritte, teoria delle proporzioni, figure simili, geometria solida, metodo di esaurimento). Solo per questa classe, con la quale terminava l'insegnamento della matematica, si aggiungevano delle indicazioni che si discostavano dal testo di Euclide «misure del cerchio, del cilindro, del cono, della sfera (Archimede), formole per le aere ed i volumi».

L'*aritmetica ragionata*, che in V Ginnasio prevedeva lo studio dei sistemi di numerazione, delle prime quattro operazioni sui numeri interi, delle potenze, della divisibilità dei numeri, del calcolo delle frazioni, in I Liceo diventava *aritmetica ragionata e algebra* (radici quadrate di numeri, numeri incommensurabili, numeri negativi, esponenti negativi, potenze e radici di monomi, calcolo di radicali ed esponenti frazionari), per poi mutare nella II Liceo in *algebra* (proporzioni, equazioni di primo e secondo grado, sistemi di equazioni, progressioni, potenze con esponente incommensurabile). È da notare la prevalenza della geometria, alla quale sono curvate le scelte nell'ambito aritmetico-algebrico, perfino nella terminologia usata laddove, per esempio, i numeri irrazionali sono indicati come numeri incommensurabili. Il percorso di studi si conclude in II Liceo con un ampio spazio dedicato alla *trigonometria*.

Oltre ai contenuti dell'insegnamento matematico, si deve considerare anche il tempo che a questo insegnamento veniva destinato negli orari, anche in relazione a quello dedicato alle altre discipline. In questo senso ci può aiutare il quadro orario dei programmi Coppino.

PROGRAMMI COPPINO – QUADRO ORARIO DEL GINNASIO-LICEO

| Materie di insegnamento | Ginnasio | | Liceo | | | Totale |
|------------------------------------|-----------|----------|----------|-----------|-----------|--------|
| | Classe IV | Classe V | Classe I | Classe II | Classe II | |
| Italiano | 5 | 4 | 6 | 4 | - | 19 |
| Latino | 6 | 6 | - | - | - | 12 |
| Greco | 5 | 5 | - | - | - | 10 |
| Latino e Greco | - | - | 5 | 5 | 5 | 15 |
| Storia | 4 | 4 | 7,5 | 4,5 | - | 20 |
| Filosofia | - | - | - | 4,5 | 4,5 | 9 |
| Matematica | - | 5 | 6 | 7,5 | - | 18,5 |
| Fisica | - | - | - | - | 9 | 9 |
| Storia naturale e geografia fisica | - | - | - | - | 5 | 5 |
| Totale | 20 | 24 | 24,5 | 25,5 | 23,5 | 117,5 |

Figura 3.

È interessante notare che la matematica, nel passaggio dal Ginnasio inferiore al Ginnasio superiore, subiva un'interruzione nella IV classe e non era tra le materie dell'ultimo anno di studi.

Nei decenni successivi il quadro definito dai programmi Coppino subì numerosi interventi, principalmente volti a realizzare una diversa articolazione dei contenuti del 1867, resa necessaria da variazioni nel quadro orario e da una presenza della disciplina estesa anche al primo e all'ultimo anno, senza però che l'impianto originario subisse mutamenti significativi.

Tra le modifiche intervenute, quelle più rilevanti furono proprio nell'ambito della geometria, in relazione al fallimento dell'Operazione Euclide. Il primo testo coerente con i programmi Coppino fu rappresentato dagli *Elementi di Euclide*, tradotti in italiano da due collaboratori di Cremona: Enrico Betti e Francesco Brioschi. Nello stesso anno Giuseppe Battaglini, altro studioso di geometria, pubblicava sul suo *Giornale di matematiche* un articolo di un insegnante inglese, J. M. Wilson, che criticava aspramente l'uso degli *Elementi* come libro di testo nelle scuole inglesi, mettendo così in discussione proprio l'esperienza a cui si era fatto esplicito riferimento nel varare l'operazione Euclide. La difficoltà di attuare la scelta promossa da Cremona, di cui egli stesso si mostrò presto consapevole, impose numerosi interventi sui programmi ministeriali per riorganizzare gli argomenti di geometria in un percorso più aderente alle esigenze didattiche e adeguarli alle richieste espresse dalla contemporanea critica dei fondamenti, la quale metteva in discussione il rigore della geometria euclidea. Lo sforzo in questa direzione stimolerà un largo impegno nella manualistica per la scuola secondaria superiore, che vedrà coinvolti, fino agli inizi del Novecento, i più prestigiosi studiosi di geometria delle università italiane.

Una rapida occhiata alla seguente tabella permette di apprezzare il peso che la matematica ebbe nel Ginnasio-Liceo nella stagione liberale.

PRESENZA DELLA MATEMATICA NEI QUADRI ORARI DEL GINNASIO-LICEO
(1859-1923)

| | Casati 1859 | Coppino 1867 | Santelli 1874 | Bonghi 1876 | Coppino 1876 | Baccelli 1881 | Boselli 1888 |
|-------------|----------------|-----------------|------------------|----------------|-----------------|------------------|-----------------|
| IV Ginnasio | 3 | - | - | 4 | 3 | 3 | 2 |
| V Ginnasio | 3 | 5 | 5 | 4 | 3 | 3 | 2 |
| I Liceo | 8 | 6 | 6 | 7,5 | 6 | 5 | 3 |
| II Liceo | - | 7,5 | 3 | 4,5 | 3 | 4 | 3 |
| III Liceo | 3 | - | 3 | 2 | 3 | - | 3 |
| Totale | 17 | 18,5 | 17 | 22 | 18 | 15 | 13 |

Figura 4.

A una più equilibrata distribuzione delle ore di insegnamento nelle diverse classi del Ginnasio-Liceo si affiancò un loro iniziale potenziamento, che raggiunse il suo massimo con le 22 ore complessive previste dai programmi Bonghi, per poi subire una lenta diminuzione, che arrivò alle 13 ore con i programmi Boselli del 1888 e che restarono tali fino alla riforma Gentile. Colpisce, di questo quadro, la progressiva perdita di importanza riconosciuta alla matematica nell'insegnamento ginnasiale e liceale, soprattutto se messa a confronto con altre esperienze europee indicate nella seguente tabella [10, p.373].

TABELLA COMPARATIVA DEGLI ORARI IN ALCUNE SCUOLE CLASSICHE EUROPEE (1887)

| Materie | Francia Corso classico del Liceo | Austria Vienna Ginnasio | Germania Francoforte Ginnasio classico | Italia Ginnasio e Liceo |
|--------------------|--|-------------------------------|--|----------------------------|
| | 7 anni | 8 anni | 9 anni | 8 anni |
| Religione | - | 16 | 19 | - |
| Lingua nazionale | 18 | 26 | 21 | 47 |
| Latino | 37,5 | 50 | 77 | 47 |
| Greco | 21 | 28 | 40 | 20 |
| Lingue straniere | | | | |
| Francese | - | - | 21 | - |
| Inglese | 14 | - | - | - |
| Tedesco | (o 14) | - | - | - |
| Geografia e storia | 20 | 27 | 28 | 35 |
| Matematica | 13 | 24 | 34 | 23 |
| Storia naturale | 4,5 | 9 | 10 | 10 |
| Fisica | 5 | 10 | 8 | 8 |
| Filosofia | 8 | 4 | 2* | 8 |

Figura 5.

Una vicenda che testimonia della progressiva perdita di importanza della matematica nel liceo, è anche quella legata alla presenza di questa disciplina negli esami di licenza liceale.² In origine, l'esame di licenza prevedeva per la matematica una prova scritta e una prova orale. Nei decenni successivi, la prova scritta subì vari interventi fino a essere soppressa, a diventare opzionale (in alternativa alla versione di Greco), a tornare obbligatoria e poi essere di nuovo soppressa. Nel 1904, con il Ministro Orlando, si concede agli studenti di scegliere, negli ultimi due anni, tra lo studio del greco e quello della matematica, «liberando dall'inutile peso gli incapaci per predestinazione».³

Il progressivo indebolimento che la matematica subì nell'ambito dell'istruzione liceale colpisce ancora di più se pensiamo alla posizione che nel frattempo la matematica italiana aveva saputo conquistare in quegli stessi anni. Anche per merito dell'impegno di uomini come Cremona, Betti e Brioschi, la ricerca italiana in matematica aveva potuto recuperare in pochi decenni l'enorme ritardo organizzativo e culturale che ancora si poteva registrare alla nascita del regno. Cremona aveva contribuito a fondare un nuovo indirizzo di studi geometrici da cui originò quella *Scuola italiana di geometria algebrica* che godette di un indiscutibile prestigio internazionale fino agli anni Venti del Novecento. Tra gli esponenti di questa scuola, troveremo alcune delle figure più emblematiche dell'impegno dei matematici nella scuola italiana, a comin-

2 Per un resoconto completo della vicenda si veda [7] e [17].

3 Così nella relazione annessa al decreto che rendeva possibile, a partire dalla seconda liceo, di optare tra il greco e la matematica.

ciare da Guido Castelnuovo e Federigo Enriques. A questa importante esperienza si affiancò inoltre la Scuola di analisi di Giuseppe Peano, uno dei fondatori della moderna 'logica matematica', e altri singoli ma non meno importanti protagonisti come Vito Volterra, noto a livello internazionale come il *Signor Matematica*, che fu tra i pionieri di nuovi importanti settori della ricerca matematica come l'analisi funzionale o la biomatematica.

Figura 6. Pagella liceale del 1914.

Tornando alla scuola, ma uscendo dai confini delle vicende legate al Ginnasio-Liceo, merita di accennare a un'esperienza che ebbe un ruolo importante nella vita nazionale: quella della *sezione fisico-matematica* dell'Istituto tecnico. Con il Regolamento per le Scuole e gli Istituti tecnici del 1860, il Ministro Terenzio Mamiani, istituì un Istituto tecnico articolato in quattro sezioni: commerciale amministrativa, agronomica, chimica e fisico-matematica. Con la riforma del 1871 la sezione fisico-matematica veniva individuata come «la sezione cardinale dell'Istituto e quella da cui trarranno alimento e vigore tutte le altre».⁴

Questa sorta di primato riconosciuto a questa sezione la poneva a diretto confronto con il Liceo, rispetto al quale essa si caratterizzava per sostituire allo studio delle lingue classiche quello delle lingue moderne (oltre al francese, l'inglese o il tedesco, a scelta), per compensare la minore incidenza delle discipline letterarie con un insegnamento molto intenso delle scienze fisico-matematiche e per consentire, a differenza delle altre sezioni dell'istituto tecnico, l'accesso alla facoltà di scienze matematiche, fisiche e naturali. Proprio per quest'ultimo aspetto, la sezione fisico-matematica contribuì in misura significativa alla formazione della classe dirigente del paese e fu frequentata da figure

⁴ Questa e le citazioni che seguono sono tratte da Ministero dell'Agricoltura, Industria e Commercio, *Ordinamenti degli Istituti tecnici*, Tipografia Claudiana, Firenze 1871, in [10, pp.335-345].

importanti della vita nazionale. Volterra, ad esempio, fu allievo della sezione fisico-matematica nell'Istituto tecnico Galileo Galilei a Firenze.

Il confronto tra il programma ministeriale di matematica per il Ginnasio-Liceo e quello di *Matematiche elementari e Geometria descrittiva* – questa è la denominazione della disciplina nei programmi del 1871 – della sezione fisico-matematica permette di cogliere alcune costanti ma anche delle significative variazioni, non solo per quanto riguarda l'estensione dei contenuti previsti in relazione al numero di ore settimanali dedicate a questa disciplina. Già nelle considerazioni che precedono l'indicazione dettagliata dei contenuti, alla finalità di «rafforzare le facoltà di ragionamento», che richiama quella «ginnastica del pensiero» già vista per il liceo, si affianca l'esigenza che questo insegnamento consenta agli studenti di acquistare «un buon corredo di cognizioni reali, suscettive di utili e non remote applicazioni per potersene poi giovare con franchezza nei successivi studi, e nell'esercizio delle professioni».

Vi è inoltre da sottolineare che per la geometria – alla quale si conferma un ruolo centrale – la lezione di Euclide non è l'unico riferimento e l'esigenza del purismo geometrico non appare qui, come nel caso del liceo, una sorta di restaurazione (anche in relazione al giudizio negativo sull'insegnamento della geometria alla Legendre), ma piuttosto come il riallacciarsi a tendenze significative della ricerca contemporanea, specie nel campo della geometria proiettiva.

Un'analisi completa dei programmi richiederebbe uno spazio che qui non ci è consentito, ma può essere sufficiente, per capire l'atmosfera di questo insegnamento matematico, ricordare che, accanto alla geometria descrittiva e alle sue premesse teoriche (proiettività, teoremi di Pascal e Desargues), già nei programmi del 1871 è previsto lo studio della probabilità e del calcolo combinatorio, dei metodi di approssimazione nella determinazione delle radici di una equazione, delle serie e delle frazioni continue, dell'analisi indeterminata (cioè lo studio delle equazioni diofantee), della geometria analitica, della geometria sferica.

Naturalmente queste considerazioni sulla qualità dei programmi di matematica e il ruolo significativo che a questa disciplina era riconosciuto nella sezione fisico-matematica, non ci permette poi di capire se l'insegnamento di matematica concretamente praticato in quella scuola, avesse quel valore formativo che i documenti lascerebbero presagire.

3. Tentativi di riforma, la matematica nel liceo moderno

Nel decennio a cavallo tra Ottocento e Novecento si assiste alla nascita delle prime associazioni professionali tra gli insegnanti della scuola secondaria superiore, che svolsero poi un ruolo importante nelle vicende della scuola italiana nei decenni successivi, come la Federazione Nazionale Insegnanti Scuola Media (FNISM), fondata nel 1901 da Giuseppe Kirner e di Gaetano Salvemini, o la Società Nazionale *Mathesis*, nata nel 1895 a Torino e presto diffusasi a livello nazionale. La *Mathesis* curava la pubblicazione del *Periodico di matematiche*, che per molto tempo ha rappresentato la più importante

rivista italiana dedicata alla didattica della matematica nella scuola secondaria. Questa associazione e la sua rivista divennero ben presto tra gli interlocutori, in Italia, di un vasto movimento di riforma dell'insegnamento matematico, promosso in Germania dal grande matematico Felix Klein.

Già a partire dagli anni Settanta dell'Ottocento, Klein aveva iniziato a occuparsi dell'insegnamento della matematica nell'ambito di un più vasto progetto di riforma delle istituzioni accademiche e di ricerca fondato su una visione della funzione della matematica nella società industriale, dei suoi rapporti con le altre discipline e delle sue applicazioni. Come Presidente della *Commissione tedesca per l'insegnamento della matematica e delle scienze* e poi della *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI), istituita in occasione del IV Congresso Internazionale dei Matematici che si svolse a Roma nel 1908, Klein sostenne un ammodernamento dei contenuti, delle metodologie di insegnamento e delle modalità di formazione degli insegnanti. Per quanto riguarda i programmi, Klein proponeva di introdurre nelle scuole secondarie, anche in quelle classiche, lo studio della *geometria analitica* – in Italia presente solo nella sezione fisico-matematica degli Istituti tecnici –, del *calcolo differenziale* e del '*calcolo integrale*' – del tutto assenti nelle scuole secondarie italiane – e suggeriva di dare centralità ai concetti di *funzione* e di *trasformazione*, che avrebbero dovuto pervadere l'intero curriculum di matematica. Klein sosteneva inoltre la necessità di valorizzare le applicazioni della matematica nelle scienze naturali e di riconoscere maggiore spazio a quella che lui chiamava «la matematica esatta delle relazioni approssimate». Sul piano metodologico invitava gli insegnanti a cercare di catturare l'attenzione degli allievi presentando la matematica in modo intuitivo, avvalendosi anche della dimensione storica della disciplina. Si trattava, a ben vedere, di motivi che ancora oggi, a cento anni di distanza da quelle proposte, mantengono una loro attualità e hanno costituito argomenti ricorrenti nel dibattito intorno all'educazione matematica che ha accompagnato l'ultimo secolo di esperienze nella scuola.

Accanto a Castelnuovo ed Enriques, tra i delegati italiani presenti al Congresso di Roma troviamo Giuseppe Vailati, singolare figura di matematico e filosofo. Assistente di Giuseppe Peano e di Vito Volterra, nel 1899 aveva abbandonato la carriera universitaria per l'insegnamento nella scuola secondaria in modo da potersi dedicare interamente ai suoi studi nell'ambito della storia e della filosofia della scienza. Critico della scuola tradizionale, giudicata una *palestra mnemonica*, per il suo eccessivo verbalismo e per il modello di apprendimento passivo, dove l'allievo è chiamato più ad *apprendere* che a *comprendere*, Vailati sosteneva una scuola come *laboratorio* nel quale:

all'allievo è dato il mezzo di addestrarsi, sotto la guida e il consiglio dell'insegnante, a sperimentare e a risolvere questioni, a misurare e soprattutto a "misurarsi" e a mettersi alla prova di fronte ad ostacoli e difficoltà atte a provocare la sua sagacia e coltivare la sua iniziativa [16, p. 292].

Nello specifico dell'insegnamento matematico, le posizioni di Vailati convergevano con

quelle sostenute dal movimento di riforma del Klein: visione storica, importanza del momento operativo, fusionismo tra algebra e geometria – un vero e proprio rovesciamento del purismo geometrico cremoniano –, equilibrio tra intuizione e rigore. Negli anni di cui ci stiamo occupando, Vailati fu protagonista, sul versante della matematica, di una vicenda che, pur avendo scarse conseguenze pratiche, produsse esiti importanti nello sviluppo della riflessione e della ricerca sull'insegnamento matematica nella scuola secondaria. La vicenda cui faccio riferimento ebbe inizio nel 1905, quando il Ministro dell'Istruzione Leonardo Bianchi – siamo nel pieno della stagione giolittiana – nomina una commissione presieduta dall'onorevole Paolo Boselli con lo scopo di studiare un progetto di riforma della scuola secondaria.

Gli obiettivi fondamentali fissati dallo stesso Bianchi per la *Commissione reale per la riforma della scuola secondaria*, sono quelli di progettare una scuola media inferiore unica e senza il latino, di articolare la scuola media superiore in tre indirizzi (Scuola normale, Istituto tecnico e Liceo, a sua volta articolato in Liceo 'classico' e Liceo 'moderno'), di operare una maggiore apertura, in tutti i rami alle lingue moderne e alle scienze. Della Commissione, composta di professori universitari, ispettori ministeriali e docenti della scuola secondaria, fecero parte alcuni degli studiosi e degli intellettuali italiani di maggiore rilievo, a cominciare da Salvemini e Vailati. I lavori ebbero inizio realizzando un'inchiesta tra i docenti della scuola secondaria, intorno alla quale poté svilupparsi un ampio dibattito sulle riviste e nelle associazioni professionali, FNISM e *Mathesis* in testa.

Le vicende della commissione furono alquanto tormentate e videro, a un certo punto, le dimissioni di Salvemini, contrario all'ipotesi di una Scuola Media unica. I lavori terminarono solo nel 1909 e si conclusero con l'elaborazione di uno schema di riforma della scuola secondaria, nella quale il liceo era articolato in tre indirizzi: classico, moderno e scientifico. Vailati, che si era pronunciato contro la divisione del liceo, perché convinto che la matematica e le scienze dovessero esercitare la loro funzione formativa nell'ambito dell'educazione umanistica, si occupò specificamente della matematica. Le scelte contenute nei programmi che accompagnavano lo schema di riforma sono, per molti aspetti, tra le più innovative e originali che siano state prodotte. Un rapido elenco: integrazione tra algebra e geometria, centralità dei concetti di funzione e trasformazione, attenzione all'origine concreta e intuitiva dei concetti matematici, riflessione sulle ragioni che conducono alla sistemazione ipotetico-deduttiva della geometria, valorizzazione delle applicazioni della matematica alle scienze naturali, introduzione di nozioni del calcolo differenziale e integrale. È facile cogliere in queste scelte i motivi di fondo del programma di Klein. Ci sono però altri elementi particolarmente rilevanti in questi programmi, come l'esplicito legame tra contenuti e metodi e soprattutto una riorganizzazione dei contenuti che ancora oggi appare molto originale e anticipa la proposta di uno sviluppo 'a spirale' della matematica che verrà poi, sostenuta a partire dagli anni Sessanta del Novecento.

Nel Liceo classico e nel Liceo moderno i programmi dei primi quattro anni di ma-

tematica coincideranno con quelli dei primi tre anni del Liceo scientifico, prosciugati di diversi approfondimenti anche per la diversa presenza oraria della disciplina. La caratterizzazione si trova nel quinto e ultimo anno. Per il Liceo classico con un ampio spazio dedicato alla matematica greca attraverso lo studio del contenuto e della struttura degli *Elementi* di Euclide, limitatamente ai primi cinque libri, un cenno alla trattazione di Diofanto dell'analisi indeterminata, l'esame dei metodi seguiti da Archimede per il calcolo di superfici e volumi, l'analisi delle idee cosmografiche e astronomiche dei Greci. Nel Liceo moderno lo studio della probabilità, prevista anche per gli altri due indirizzi del liceo, era collegata alle applicazioni in ambito assicurativo ed era seguita da uno studio delle prime nozioni di statistica descrittiva e di un accenno alla legge dei grandi numeri e alla curva di frequenza degli errori.

Seppure con i limiti di una descrizione così sommaria, è facile capire il valore profondamente innovativo di questi programmi, per quanto – come abbiamo detto – essi non furono mai attuati perché il Parlamento non approvò la riforma proposta dalla commissione Boselli. Di questo tentativo di riforma, primo di una lunga serie, si ebbe solo un pallido riflesso nell'istituzione, nel 1911, del Liceo moderno, su iniziativa del ministro Luigi Credaro (IV Governo Giolitti), come sezione speciale del liceo, che da quel momento assunse la denominazione di classico che ancora oggi mantiene. Questo liceo ebbe vita assai stentata. Varato a partire dall'anno scolastico 1914-15, cioè alla vigilia dell'entrata in guerra dell'Italia, venne istituito solo nelle città che ospitavano più di un liceo. Tra i motivi delle difficoltà di questa nuova scuola, si devono annoverare, accanto alle tradizionali timidezze dell'amministrazione nel sostenere le innovazioni (mancanza di risorse per la costruzione dei laboratori scientifici, assenza di docenti preparati), anche l'ostilità dei docenti del Liceo classico, i quali dirottavano verso la sezione moderna gli alunni meno preparati. In ogni caso il Liceo moderno venne soppresso – come vedremo – con la riforma Gentile nel 1923 e dunque ebbe vita brevissima, appena un decennio.

L'estensore dei programmi di matematica per questo liceo fu Guido Castelnuovo che aveva – in un certo senso – raccolto l'eredità di Vailati, prematuramente scomparso nel 1909. Esponente di primo piano della scuola italiana di geometria algebrica, Castelnuovo era legato a Federico Enriques da un lungo sodalizio scientifico e umano. Proprio negli anni in cui si svolge la vicenda di cui stiamo parlando, i suoi interessi si andavano progressivamente volgendo dalla ricerca in geometria ad altri settori che spaziavano dal calcolo delle probabilità alla storia della matematica, dalla teoria della relatività, di cui fu uno dei primi divulgatori in Italia, ai problemi dell'insegnamento secondario, in relazione al quale egli si impegnò a fondo come animatore della *Mathesis*, come membro dell'ICMI, nella formazione dei docenti, in articoli in cui affrontò temi che andavano dalle scelte educative generali ad argomenti specifici della didattica della matematica. Per Castelnuovo – come testimoniano alcuni importanti interventi – il compito della scuola era quello di «formare l'uomo civile», contribuendo alla costruzione di quella che lui definiva una «democrazia colta». Per far ciò era necessario abbat-

tere le barriere tra la scuola e il mondo moderno e, nello specifico dell'insegnamento scientifico, era necessario ricomporre la divisione tra matematica e «scienze d'osservazione», integrando l'insegnamento della matematica e della fisica, e valorizzando, nell'ambito della matematica, i procedimenti euristici. Per capire l'impronta lasciata da Castelnuovo sulla vicenda del Liceo moderno, più che ai programmi, che riprendono i temi e l'impostazione dei programmi di Vailati, bisogna guardare alle *Istruzioni* che li precedono. Lasciamo la parola a questo documento:

Le esigenze della vita moderna, da un lato, e dall'altra parte una più larga visione della scienza nel suo complesso, richiedono che si restringano e si mettano in più viva luce i legami tra la matematica e le scienze sperimentali e di osservazione. È necessario che il giovane allievo, prima di lasciare il liceo, acquisti la persuasione che fra le matematiche e quelle altre scienze vi è un legame intimo ed un'affinità molto grande, e che esperienza e ragionamento sono entrambi indispensabili, sia pure in varia misura, per arricchire ogni campo del sapere. È necessario che egli sappia che le une e le altre scienze si sono sempre prestate reciproci aiuti, e che il rinnovamento delle matematiche nel XVII secolo è legato col fiorire delle scienze sperimentali. A tal fine l'insegnante coglierà le occasioni offerte dal presente programma per far notare ai giovani come alcuni concetti fondamentali delle matematiche moderne (quello di funzione in special modo) siano suggeriti dalle scienze di osservazione, e precisati poi dal matematico, abbiano a loro volta esercitato un benefico influsso sullo sviluppo di queste. Nello svolgere il programma deve però l'insegnante guardarsi da due opposti pericoli che renderebbero inefficace la sua opera; il pericolo di cadere in un grossolano empirismo e quello, non meno grave, di subire le lusinghe di un esagerato criticismo. Il metodo empirico nascondendo i legami che passano tra i fatti suggeriti dall'esperienza, e tacendo delle teorie che ad essi si riferiscono, toglierebbe alla matematica il valore educativo della mente e oscurerebbe il fascino che essa deve esercitare sopra quegli allievi nei quali le facoltà logiche prevalgono. D'altra parte un insegnamento ove penetrassero le sottigliezze della critica moderna riuscirebbe accessibile a pochi ed a questi stessi darebbe un'idea unilaterale, e quindi falsa, di ciò che è la scienza.⁵

Si tratta di un documento che, visto il limitato impatto che il Liceo moderno ebbe nella scuola secondaria, potrebbe essere derubricato a poco più di una curiosità, ma che invece offre una testimonianza dell'alto livello di riflessione critica e pedagogica raggiunto dalla parte più consapevole della comunità degli insegnanti di matematica.

4. La matematica nei licei tra Gentile ed Enriques

L'esigenza di una profonda riforma della scuola secondaria superiore, fallito il tentativo innovatore della stagione giolittiana, fu interpretata da nuove tendenze che si manifestarono all'indomani della conclusione della Prima Guerra Mondiale. Se la vicende di cui abbiamo parlato si collocano nell'orizzonte culturale del Positivismo, per quanto uomini come Vailati rappresentassero anche sul terreno più strettamente filosofico istanze diverse da quella cultura, i nuovi fermenti intorno alla scuola – raccogliendo

⁵ Ginnasio – Liceo Moderno. *Orario – Istruzioni – Programmi*, Bollettino Ufficiale del Ministero dell'Istruzione Pubblica, XL, 45, 30 ottobre 1913 in [10, pp.335-361].

uomini di origini culturali e politiche anche molto lontane – ebbero come prospettiva quella offerta dal neoidealismo italiano che aveva in Benedetto Croce e Giovanni Gentile i suoi riferimenti.

Proprio Gentile, che nell'ambito del suo sistema filosofico aveva elaborato una originale visione della pedagogia, all'indomani della grande guerra si fece promotore, insieme ai suoi collaboratori Giuseppe Lombardo Radice ed Ernesto Codignola, del *fascio di educazione nazionale*, che tra il 1919 e il 1920 raccolse molti esponenti della cultura italiana, sollecitando una profonda riforma della scuola. Maggiore serietà degli studi, abolizione del monopolio pubblico sulla scuola, superamento del modello pedagogico positivista a cui si imputavano nozionismo e meccanicismo, furono tra le proposte manifestate da questo movimento. Diventato Ministro della Pubblica Istruzione nell'ottobre del 1922 (I governo Mussolini), Gentile, che restò in carica solo per un anno e 8 mesi, riuscì a portare a termine una riforma organica della scuola che investì tutti gli aspetti del sistema d'istruzione, dalla struttura degli uffici centrali e periferici dell'amministrazione agli ordinamenti di tutti gli ordini e gradi della scuola.

Il sistema scolastico italiano, così come venne disegnato da Gentile, era caratterizzato da una rigida divisione tra istruzione liceale, tecnica e professionale, che realizzava una vera e propria gerarchia tra i percorsi di studio, a cui corrispondevano una diversa durata e una diversa possibilità di accesso alle facoltà universitarie.

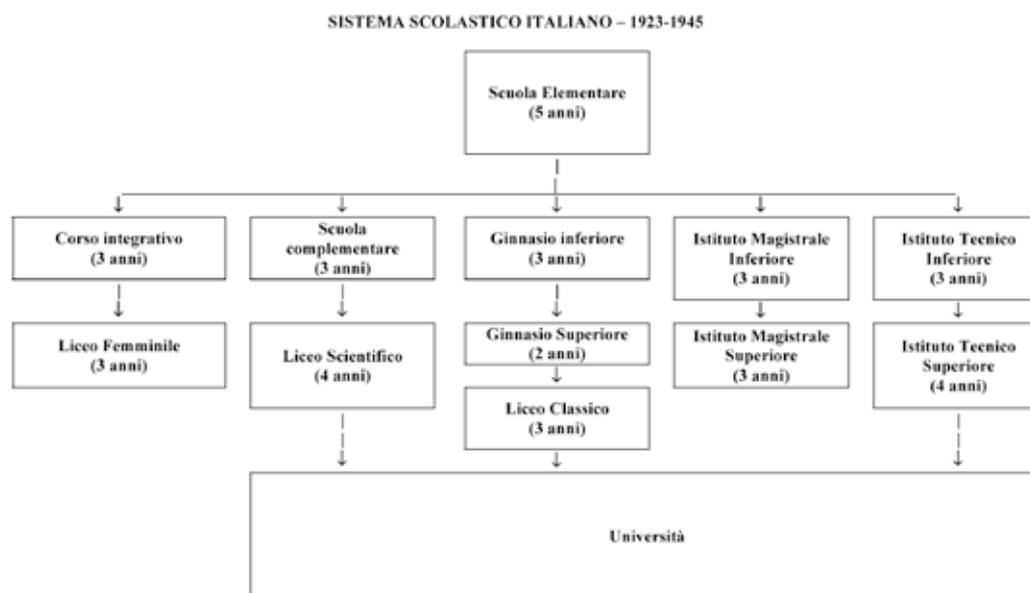


Figura 7.

Per molto tempo si è considerata la riforma Gentile come la definitiva affermazione, sul piano istituzionale, della lunga battaglia contro la cultura positivista ingaggiata dal neoidealismo italiano a partire dai primi anni del secolo e si è attribuito a quella riforma il ridimensionamento della cultura scientifica e la negazione, nella scuola, del valore

teoretico e formativo delle scienze. Ora, non c'è alcun dubbio che la scuola progettata da Gentile confinasse la matematica e le scienze in un ruolo subordinato alle discipline letterarie, storiche e filosofiche, ma bisogna anche riconoscere che, a dispetto dell'egemonia del positivismo nell'Italia a cavallo tra Ottocento e Novecento, nella scuola italiana queste discipline avevano sempre avuto un ruolo subordinato. La sezione fisico-matematica che costituiva, almeno formalmente, il percorso di studi a maggiore contenuto scientifico era comunque confinata nell'ambito dell'istruzione tecnica e subiva limitazioni di accesso all'università che furono poi le stesse stabilite per l'istituendo Liceo scientifico. Il Liceo moderno d'altronde – di cui abbiamo ricordato l'esistenza stentata – era stato comunque un percorso di studio di incerta caratterizzazione culturale, che prevedeva ancora, per esempio, un insegnamento del latino superiore, per ore settimanali, all'Italiano, alla matematica e alle lingue moderne.

Contro la riforma Gentile si mobilitò l'intera comunità scientifica italiana attraverso le sue istituzioni, le sue riviste e le sue associazioni, per quanto ciò fosse possibile in un contesto che volgeva già verso la svolta autoritaria. Il più autorevole e intransigente oppositore del disegno di riforma fu Volterra, il quale si espresse, in questo senso, in alcuni ripetuti interventi in Senato, e poi come Presidente dell'Accademia dei Lincei. Proprio nell'ambito dell'Accademia, Volterra promosse l'istituzione di una apposita commissione di studio, la quale, nel suo documento finale scritto da Castelnuovo, formulò una bocciatura senza riserva della riforma Gentile. Il documento giudicava inopportuno il proposito di cancellare la scuola nata dal Risorgimento, considerata in grado di sostenere il confronto con quelle degli altri paesi europei più avanzati. Nel documento della Commissione non si disconosceva l'esigenza di una maggiore serietà degli studi, ma si riteneva che essa avrebbe potuto essere realizzata senza una modifica radicale del sistema scolastico italiano.

Nella discussione intorno alla riforma Gentile, Federigo Enriques si trovò a svolgere un ruolo di primo piano nella comunità matematica. Abbiamo già accennato al ruolo di Enriques nell'ambito della scuola italiana di geometria algebrica, di cui era diventato, nei primi decenni del Novecento, l'esponente più noto. Qui giova ricordare che Enriques ebbe un ruolo molto importante anche nell'ambito della storia e della filosofia della scienza, come animatore della *Società Filosofica Italiana* e come fondatore della rivista *Scientia*. Nella veste di organizzatore del Congresso internazionale di filosofia di Bologna del 1911, egli fu il protagonista di una celebre polemica con Croce e Gentile che segnò la rottura tra la cultura scientifica e il nascente neo-idealismo. L'interesse di Enriques per la scuola si era già manifestato con la redazione di alcuni manuali di matematica per le scuole superiori, ma anche nella cura di un'opera collettiva, *Questioni riguardanti le matematiche elementari*, uscita in diverse edizioni dal 1912 al 1923, che costituì un importante riferimento nella formazione dei docenti della scuola secondaria, e alla quale lo stesso curatore contribuì con alcuni importanti articoli riguardanti la storia del pensiero matematico, la critica dei fondamenti, la didattica della geometria. Ma sarà a partire dal 1918 – anno in cui viene eletto Presidente della *Mathesis*, incari-

co che ricoprirà fino al 1932 – che il suo impegno per la scuola si fa più intenso. Una lettura illuminante delle posizioni di Enriques sull'insegnamento matematico è quella di un breve ma denso articolo, *Insegnamento dinamico*, apparso sul *Periodico di matematiche* nel 1921. Già dalla scelta del titolo si capisce che Enriques contesta un modo di insegnare la matematica che concepisce l'apprendimento come acquisizione passiva del sapere. Al contrario egli sostiene un insegnamento come:

aiuto a chi voglia imparare da sé e però sia disposto anziché a ricevere passivamente, a conquistare il sapere, come una scoperta o un prodotto del proprio spirito [8, p. 6].

Già da questo breve passo si può cogliere che Enriques non era estraneo a quel complesso di critiche che la pedagogia idealista muoveva alla scuola tradizionale e anche alle sue istanze attivistiche. Non stupisce quindi che Enriques, nell'opporci alla riforma, abbia mantenuto un atteggiamento diverso rispetto a quello di Volterra. Trovandosi, come Presidente della *Mathesis*, a dover rappresentare il dissenso della comunità degli insegnanti di matematica dalle scelte di Gentile, non contestò l'impianto complessivo della riforma o le esigenze a cui si ispirava. Anzi, in un articolo uscito su *Cultura fascista* nel 1927, quindi qualche anno dopo il momento più acuto del contrasto, Enriques riconosceva e condivideva l'intento di dar vita ad una «scuola formativa» e «non informativa», dove:

l'insegnante non è chiamato a modellare l'intelligenza dell'allievo secondo uno schema esteriore, bensì a svolgerne e suscitane le libere energie [9, p. 70].

Chiedeva però un'iniezione di cultura scientifica nella nuova scuola, perché si trattava di «conferire alle discipline matematiche e fisiche il posto che loro compete nella formazione umanistica».

Indicativa, in questo senso, è la posizione assunta da Enriques su uno dei provvedimenti più discussi della riforma Gentile: quello dell'accorpamento della matematica e della fisica. Nella decisione di abbinare questi, come altri insegnamenti quali storia e filosofia, scienze naturali, chimica e geografia, Gentile partiva dalla necessità di diminuire il numero degli insegnanti che operano con uno stesso alunno per scongiurare:

il pericolo e il danno del dissidio, della frammentarietà, e dello sparpagliamento incompsto e inorganico della cultura che era principio di devastazione spirituale nella vecchia scuola media, ad eccezione del ginnasio.⁶

Ma se la commissione dell'Accademia dei Lincei si era pronunciata contro l'accorpamento insistendo su una sorta di diversità 'costitutiva' del matematico e del fisico, Enriques, in qualità di Presidente della *Mathesis*, sottolineava piuttosto i rischi connessi all'impreparazione del corpo docente ad attuare quella decisione, senza contestarne, in linea di principio, l'opportunità. Del resto, dell'esigenza di una maggiore integrazio-

⁶ Discorso pronunciato all'adunanza del Consiglio Superiore della Pubblica Istruzione il 15 novembre 1923.

ne tra l'insegnamento della matematica e della fisica si erano fatti interpreti proprio Castelnuovo ed Enriques, nel tentativo di introdurre nella matematica gli elementi della sperimentazione e di sottrarre l'insegnamento della fisica ai rischi di un *empirismo grossolano*.

Enriques si era fatto addirittura carico di questa esigenza di maggiore coordinamento anche da un punto di vista associativo, promuovendo l'allargamento agli insegnanti di fisica nella *Mathesis*, che dal 1922 assunse la denominazione di Società italiana di scienze matematiche e fisiche. Non si vuole qui affermare che l'esigenza di una maggiore integrazione tra i due insegnamenti manifestata da Enriques costituisse una premessa all'accorpamento disposto da Gentile. Quello che si vuole sottolineare, caso mai, è che alcune delle scelte della riforma Gentile avevano qualche consonanza con esigenze che si erano venute manifestando anche in ambienti che poi rimasero estranei se non avversari della riforma.

Per quanto riguarda le scelte operate sulla matematica negli orari e nei programmi, la riforma Gentile sancì lo scarso rilievo riconosciuto a questa disciplina nella scuola italiana, accentuandone ulteriormente la marginalità. Nella determinazione dei quadri orario di insegnamento, il tempo dedicato alla matematica resta assai modesto: nel Ginnasio-Liceo classico le ore settimanali sono portate, sull'intero arco dei cinque anni, a 12 (una in meno rispetto alla situazione precedente), mentre nel Liceo scientifico le ore complessive nei quattro anni sono 14 (le stesse del Liceo moderno, mentre erano 21 nella sezione fisico-matematica dell'Istituto tecnico, che pure aveva anch'essa una durata di quattro anni).

Ma la marginalità della matematica emerge ancora di più dalla lettura dei programmi ministeriali che sono espressi nei termini di programmi d'esame (esame di accesso alla prima classe liceale ed esame di maturità nel caso del Liceo classico). Nel caso del Liceo classico, alla tradizionale esiguità dei contenuti si accompagnava la cancellazione di ogni riferimento storico al ruolo del pensiero matematico nel mondo classico, rimozione che risponde a una precisa negazione, nella prospettiva gentiliana, della dimensione storica delle scienze. Nel Liceo scientifico poi, se vi fu qualche timida conferma delle scelte innovative fatte per il Liceo moderno dieci anni prima – introduzione del calcolo differenziale ma non di quello integrale –, essa avvenne nell'ambito di un programma comunque angusto e al quale non si voleva riconoscere un ruolo di formazione culturale, ma solo quello di acquisizione di quel tanto di nozioni tecniche che si ritenevano necessarie per affrontare i corsi di laurea scientifici o d'ingegneria. Uno sguardo alle *Avvertenze* rivolte all'esaminatore può offrire qualche ulteriore elemento di riflessione perché la rigida gerarchizzazione dei valori non risparmiava neppure, all'interno della matematica, la divisione tra algebra e geometria. Solo a quest'ultima si riconosceva un qualche valore formativo, che veniva identificato – a conferma di quella che è stata una vera costante della scuola italiana – con il fatto che essa rappresentava l'occasione per gli allievi di confrontarsi con la sua rigorosa sistemazione deduttiva. Per l'esame di maturità del Liceo classico, il programma è diviso in due parti: la parte A che

comprende l'algebra e la trigonometria, e la parte B che, eccezione fatta per il tema dei numeri reali, è costituita da argomenti geometrici. Le diverse caratteristiche e il diverso valore attribuito a queste 'parti' è subito chiaro, laddove si precisa che nella parte A:

sono raccolte principalmente le teorie in cui prevalgono gli aspetti algoritmici: cioè le teorie per le quali l'aver raggiunto una certa abilità nel valersi delle formule fondamentali è sufficiente garanzia di buona preparazione.

mentre nella parte B, «le teorie che meglio si prestano a saggiare la capacità del candidato a comprendere e far sua una rigorosa sistemazione deduttiva».⁷

Si tratta di una distinzione che peserà a lungo nella scuola italiana e di cui ancora oggi si manifestano gli effetti negativi. Non è un caso dunque se, nell'insegnamento della matematica, l'attenzione al rigore deduttivo si è sempre e solo concentrata sulla geometria, a scapito magari della sua importantissima dimensione intuitiva, lasciando che nell'aritmetica, nell'algebra e perfino nell'analisi non ci si curasse affatto di argomentare in modo adeguato le proprietà studiate. Più difficile è capire – semmai – se l'origine di questa scelta nefasta sia da individuare proprio nei programmi del 1923 o, al contrario, se quei programmi non finirono soltanto per sancire una tradizione già consolidata. Qualche sospetto è legittimo, pensando che, nei programmi Coppino del 1867, l'esigenza di una presentazione rigorosa delle proprietà matematiche era presente nel filone aritmetico-algebrico non meno che in quello geometrico, ma che poi, anche per le conseguenze e le difficoltà dell'operazione Euclide, tutta l'attenzione e il dibattito dei decenni successivi si erano concentrati sulla geometria. Un eccesso di attenzione che, probabilmente, poté lasciare campo libero a quella pratica di addestramento nella manipolazione di formule, che ancora oggi prevale, in molti casi, nell'ambito dell'insegnamento aritmetico e algebrico.

5. La matematica nella scuola della Repubblica

Nonostante i colpi portati alla riforma del 1923 già all'indomani dell'uscita di Gentile dal governo e dalla politica attiva, per opera dei ministri che si succedettero negli anni seguenti e che operarono la progressiva fascistizzazione della scuola italiana, l'architettura del sistema di istruzione e alcuni degli orientamenti culturali di fondo rimasero inalterati fino alla conclusione della Seconda Guerra Mondiale.

Nel 1944 una commissione nominata dalle autorità militari alleate formulò i programmi per i licei nei territori liberati, che successivamente, con circolare del ministro Arangio-Ruiz (III governo Bonomi), nel gennaio 1945, furono estesi a tutto il territorio nazionale. Si tratta dei programmi che, per la parte non ancora interessata al recente riordinamento dei licei (gli ultimi tre anni della scuola superiore), sono ancora in vigore. Questo semplice dato testimonia delle vicende della scuola secondaria superiore che, per oltre cinquant'anni, non ha conosciuto una vera riforma, ma solo interventi

⁷ *Approvazione degli orari e dei programmi per le Regie scuole medie* – R. D. 14 ottobre 1923 n. 2345, nella Gazzetta Ufficiale del Regno d'Italia, supplemento al n. 267 del 14 novembre 1923.

parziali che non hanno intaccato, per gli aspetti dell'ordinamento, la struttura definita nel 1923 e, per i contenuti culturali, quelli individuati dai programmi dell'immediato dopoguerra.

Nell'esaminare questi documenti, occorre fare una netta distinzione tra la premessa e le indicazioni di programma in senso stretto. La prima risente certamente della lezione di Castelnuovo e di Enriques, e non solo in senso figurato poiché, come testimonia Emma Castelnuovo [3], il pedagogo Carleton Washburne, incaricato dalle autorità militari alleate di collaborare con il governo italiano nella stesura dei nuovi programmi di studio, aveva frequentato i due matematici. Merita riprodurre questa premessa poiché essa costituisce, nella sua brevità, un documento importante e ancora attuale per molti aspetti sul senso da attribuire all'educazione matematica:

L'insegnamento della matematica ha speciale valore nella formazione e nel disciplinamento dell'intelletto. Ma occorre conciliare lo spirito d'indeterminatezza dei giovani con la proprietà, la sobrietà, la sintesi e la precisione che tale disciplina impone, senza però scoraggiarli, comprimendo la loro iniziativa. Anche qui dunque si condurranno ricerche collettive seguendo il metodo delle approssimazioni successive, perché la consapevolezza delle parole, dei concetti, delle proprietà, dei ragionamenti si consegue, a poco a poco, per gradi insensibili. E conviene, per tenere sempre vivo l'interesse ai successivi sviluppi, dare largo posto all'intuizione, al senso comune, all'origine psicologica e storica delle teorie, alla realtà fisica, agli sviluppi che conducono ad affermazioni pratiche immediate, mettendo da parte le nozioni statiche e rigide, e quelle puramente logiche, ma che astraggono da ogni impulso intuitivo. Le suddette esigenze non possono essere conciliate certamente dalle definizioni statiche, ma dal fuso spontaneo di quelle dinamiche, più aderenti all'intuizione. Metodo dunque intuitivo-dinamico, in stretto contatto col processo storico, senza esclusivismo di vedute, perché solo così il patrimonio spirituale acquistato nella scuola media inferiore può essere veramente ripreso, evoluto e rafforzato nella scuola dell'ordine superiore.⁸

La lettura di questa poche righe ci può dare la misura della distanza tra le aspettative che si nutrivano, alla fine della guerra intorno ad un profondo rinnovamento della scuola italiana e ad una sua democratizzazione e la realtà concreta del sistema scolastico nei decenni successivi. Solo che, in questo caso, non possiamo imputare il grave ritardo nell'attuazione di questo disegno profondamente innovativo alla consueta inerzia conservatrice della scuola italiana, ma anche ai contenuti prescrittivi di quei programmi che, negando lo spirito della premessa, sono caratterizzati da scelte scontate, prive di qualunque riflessione di ordine metodologico. Un elenco incolore di contenuti, senza neppure un ordine sensato.

Nel Liceo classico, che non conosce altro che l'algebra e la geometria elementari – niente metodo delle coordinate, per dire –, l'ultimo anno è praticamente dedicato alla sola trigonometria. Una scelta, quest'ultima, che finisce per sottolineare il carattere esclusivamente tecnico assegnato all'insegnamento matematico e negarne qualunque

⁸ Questa e la citazione che segue sono tratte dalla Circolare Ministeriale 2 gennaio 1945, n.155 (Arangio Ruiz).

possibilità formativa. Nel programma del Liceo scientifico, che nel frattempo è diventato quinquennale, il taglio è lo stesso. Anche qui la geometria analitica non è neppure citata. Compare il calcolo combinatorio, ma quasi fine a se stesso e collocato in una posizione, quella dell'ultimo anno, di cui non si capisce il senso. E nell'ultima riga di questo stringato elenco, un'indicazione che lascia il segno: «nelle ultime quattro classi, applicazioni dell'algebra alla geometria di 1° e 2° grado con relativa discussione». Ecco il vero motivo conduttore dell'insegnamento matematico nel Liceo scientifico per molti decenni, che è quanto di più lontano si potesse immaginare dalle indicazioni contenute nella premessa. Contro questa scelta e le sue nefaste conseguenze si levò la voce di Bruno De Finetti, figura originale ed eterodossa del mondo matematico italiano, studioso di probabilità, impegnato sul fronte della scuola e dell'insegnamento matematico, anche come Presidente della *Mathesis* (1970-1981). In un celebre articolo pubblicato nel 1965 sul *Periodico di Matematiche*, dal titolo emblematico *Come liberare l'Italia dal morbo della trinomite?*, De Finetti denunciò l'insegnamento tradizionale della matematica nel Liceo scientifico condizionato dalla prova scritta dell'esame di licenza che:

da tempo immemorabile (almeno da decenni) [...] ripete con qualche variante sempre lo stesso problema stereotipato (equazione di 2° grado, o “trinomia” con parametro: da ciò il termine di “trinomite” per indicare l'eccessiva insistenza su questo solo particolare argomento): problema che ha soprattutto la disgrazia di poter essere ridotto a uno schema macchinale, formale, pedestre, che va sotto il nome di un certo Tartinville [6, p.325].

Il morbo individuato da De Finetti, ha continuato ad appestare il liceo scientifico fino agli anni Ottanta, riducendo l'insegnamento della matematica, soprattutto nel triennio, a un vuoto e ripetitivo addestramento.

Se ora diamo uno sguardo ai quadri orario del Liceo classico e del Liceo scientifico, che subirono qualche ritocco nel 1952 e che poi sono rimasti immutati fino ai giorni nostri, possiamo constatare che, nel primo, la matematica dovette subire un'ulteriore contrazione di un'ora rispetto alla riforma Gentile e la fisica, che nei quadri orari del 1923 era articolata sui tre anni del Liceo, venne concentrata negli ultimi due anni. Nel secondo invece la matematica fu incrementata di 4 ore, anche in considerazione di un anno in più di corso, mentre le ore di fisica restarono le stesse.

Di tutto il sistema italiano di istruzione, la scuola secondaria non ha conosciuto né una riforma degli ordinamenti né interventi sistematici sui programmi di insegnamento, a differenza di quanto è avvenuto nella scuola elementare (programmi Ermini del 1955, e nuovi programmi del 1985), e per la scuola media inferiore (unica dal 1962, e con riforma dei programmi nel 1979). L'elenco dei tentativi di riforma della scuola secondaria è molto lungo, a cominciare dal progetto Gonella del 1952 fino ai progetti degli anni Settanta e Ottanta, che non vennero mai approvati in via definitiva da entrambe le camere. Nella scuola secondaria è stata proprio l'istruzione liceale a rappresentare il baluardo della conservazione, a differenza di quanto è accaduto per l'istruzione tecnica (programmi del 1961 e nuovi programmi del 1995) o per l'istru-

zione professionale (1992). A questo sostanziale immobilismo della scuola secondaria e soprattutto dei licei, si contrappone la vivacità del dibattito nazionale e internazionale intorno all'insegnamento matematico, che proprio in quei decenni si tradusse in una lunga stagione di iniziative di ricerca e di progetti didattici.

Dalla fine degli anni Cinquanta si sviluppò il movimento della cosiddetta "Matematica Moderna". Non è facile ricostruire, in poche battute, quali furono le vicende di questo movimento internazionale che ebbe un ruolo decisivo nel modificare, nel bene ma anche con alcuni eccessi, la visione dell'insegnamento matematico. In modo molto sommario possiamo dire che *matematica moderna* fu originata dall'incontro tra l'esperienza *bourbakista* in matematica e la scuola pedagogica di Jean Piaget. Nicolas Bourbaki è lo pseudonimo sotto il quale, a partire dalla metà degli anni Trenta, si era celato un gruppo di giovani e brillanti matematici francesi, i quali si erano proposti di realizzare un profondo rinnovamento della matematica attraverso una sua riorganizzazione intorno a quelle che erano state identificate come le *strutture madri* (algebriche, topologiche, d'ordine). Il concetto di *struttura* era centrale anche nella pedagogia di Piaget, il quale aveva inoltre riconosciuto una corrispondenza tra le strutture psicologiche della mente che il bambino attiva nel processo di apprendimento, e le strutture madri identificate dai bourbakisti per la matematica.

L'atto di nascita di *matematica moderna* è costituito da un convegno internazionale promosso dall'OCSE a Royaumont nel 1959, nel corso del quale Jean Dieudonné, membro del circolo Bourbaki dalla sua fondazione, pronunciò un intervento rimasto famoso, nel bene e nel male, *A bas Euclide!*, nel quale sosteneva l'abbandono dello studio della geometria tradizionale in favore dell'impiego dell'algebra lineare anche ai livelli più elementari della scuola. Nel convegno a Dubrovnik dell'anno seguente, il movimento lanciò il suo manifesto, *Un programme moderne des mathématiques pour l'enseignement secondaire*, nel quale, a partire dalla richiesta di un radicale aggiornamento della matematica nella scuola secondaria, si proponeva un insegnamento dell'algebra fondato sulla teoria degli insiemi e sulla nozione di struttura algebrica, uno studio della geometria condotto a partire dai gruppi di trasformazioni (geometria metrica, geometria affine e geometria proiettiva), ecc. Le indicazioni sostenute dal progetto di *matematica moderna*, trovarono in Italia, una declinazione particolare. Tra i delegati italiani di questi convegni internazionali troviamo Emma Castelnuovo, figlia di Guido, che darà vita a una delle più importanti esperienze di rinnovamento della didattica matematica della scuola media, e Luigi Campedelli, uno degli ultimi allievi di Enriques.

De Finetti, che pure fu una figura centrale dello sforzo di rinnovamento della didattica matematica nella scuola e nell'università in quegli stessi anni per denunciare gli eccessi insiti nell'impostazione assiomatica sostenuta dai bourbakisti e, in certa misura, presente nel progetto di *matematica moderna*, aveva coniato uno dei suoi geniali neologismi, invitando gli insegnanti a guardarsi dai rischi dell'*assiomatica*! In generale la lettura italiana delle indicazioni emerse nel dibattito internazionale rifiutò le forzature e gli eccessi nel ricorso all'astrazione, sostenendo un metodo sperimentale volto a fa-

vorire la scoperta autonoma da parte degli allievi, con una attenzione alla dimensione intuitiva e al legame con le esperienze concrete, riallacciandosi dunque all'impostazione di Vailati e di Enriques ed entrando in maggiore sintonia con tendenze diverse del movimento riformatore, come quella rappresentata dal grande matematico di origine ungherese George Polya,⁹ fautore di un insegnamento della matematica 'per problemi'.

A parte qualche timido esperimento, come la creazione di alcune classi pilota per una sperimentazione dei programmi di *matematica moderna*, avvenuta nel 1961, il dibattito intorno alla riforma dell'insegnamento matematico nella scuola secondaria superiore non trovò nessun riscontro nelle scelte istituzionali. Nel 1966 e 1967 una commissione promossa dall'Unione Matematica Italiana e dalla CIIM, di cui fecero parte, accanto a De Finetti, alcuni dei matematici che avrebbero svolto un ruolo di primo piano nei decenni successivi, tra i quali Giovanni Prodi e Vinicio Villani, formulò una proposta di nuovi programmi per la matematica nella scuola secondaria superiore.

I documenti conclusivi della commissione, noti come Programmi di Frascati, costituirono il punto di partenza per una stagione di iniziative di ricerca e di sperimentazione didattica. In quegli anni infatti, all'immobilismo politico e al non governo della scuola, una parte della comunità degli insegnanti di matematica, reagì, promuovendo dei tentativi di cambiamento dal basso. Tra queste esperienze si può citare quella coordinata da Giovanni Prodi, che vide la collaborazione, per allora inedita, tra l'UMI, il CNR e alcune Università, e favorì la nascita di numerosi 'nuclei di ricerca didattica' nei quali collaborarono docenti universitari e insegnanti della scuola secondaria. Il lavoro di sperimentazione condotto nell'ambito di questo progetto consentì di realizzare un libro di testo, *Matematica come scoperta* (1977), che ha avuto un ruolo importante nella diffusione di metodi didattici innovativi.

Tra la fine degli anni Settanta e i primi anni Ottanta furono pubblicati altri importanti libri di testo per la scuola secondaria, frutto di questa collaborazione e sperimentazione che aveva coinvolto docenti dell'università e della scuola, tra i quali meritano di essere citati quelli di Lucio Lombardo Radice e Lisa Mancini Proia, *Il metodo matematico* (1977), di Francesco Speranza e Alba Rossi Dell'Acqua, *Il linguaggio della matematica* (1979), di Walter Maraschini e Mauro Palma, *Problemi e modelli della matematica* (1981), e di Vinicio Villani e Bruno Spotorno, *Matematica: idee e metodi* (1982). Libri diversi ma ugualmente impegnati sul terreno dell'aggiornamento culturale e metodologico dell'insegnamento matematico, con una comune attenzione all'insegnamento per problemi, alla geometria con le trasformazioni, alla probabilità che addirittura nel caso

9 George Polya fu autore di due importanti saggi che lanciarono il suo progetto di insegnamento *per problemi*: *How to solve it* (1945) e *Mathematical Discovery* (1962). Per farsi un'idea della vivacità del dibattito intorno all'insegnamento della matematica negli anni Sessanta e Settanta, e della presenza nel movimento riformatore di tendenze contrastanti, basta dare uno sguardo al catalogo della collana *Strumenti per una nuova scuola* di Feltrinelli Editore, nel quale, accanto alla traduzione italiana della seconda delle opere citate di Polya (*La scoperta matematica*) compaiono anche testi di Dieudonné, Choquet, Papy, Dienes.

di un libro come *Matematica come scoperta* costituisce una sorta di filo rosso dell'intero percorso proposto.

Nel 1988 il Ministro Galloni istituì una commissione ministeriale, presieduta dal sottosegretario alla Pubblica Istruzione, Beniamino Brocca, con il compito di rivedere i programmi del biennio della scuola superiore, in vista di un innalzamento dell'obbligo scolastico. La commissione lavorò a più riprese, terminando i suoi lavori nel 1992 e proponendo una revisione dei programmi per l'intero quinquennio della scuola secondaria superiore. Della commissione fece parte Giovanni Prodi, mentre del gruppo disciplinare che si occupò specificamente di matematica fecero parte, oltre allo stesso Prodi, anche Vinicio Villani, Mauro Palma, Michele Pellerey. Il progetto elaborato dalla commissione, non si tradusse – così come avrebbe dovuto – in una riforma della scuola secondaria superiore, ma dette vita ad alcune sperimentazioni e, nel caso della matematica, costituì il riferimento del *Piano Nazionale Informatica* (PNI), che ebbe una larga diffusione nella scuola italiana, e in particolare nei licei classico e scientifico. Nello stesso tempo, le indicazioni e i programmi della commissione Brocca, costituirono il riferimento anche per alcune sperimentazioni nell'istruzione tecnica e professionale che, nel corso degli anni Novanta, furono poi recepite dall'ordinamento.

Se guardiamo a questi documenti come all'approdo di un lungo processo che aveva avuto inizio negli anni Sessanta e che abbiamo cercato sommariamente di descrivere, non possiamo non notare alcuni elementi importanti che derivano direttamente da quelle lontane esigenze di aggiornamento culturale, con una cresciuta attenzione alle questioni metodologiche, alla congruenza tra gli argomenti proposti e le esperienze culturali maturate dagli studenti di quella fascia di età. Perfino la visione della matematica, a partire dalla quale impostare il progetto di insegnamento, si è fatta più ricca e problematica, di quella ancora troppo condizionata dal Bourbakismo che metteva l'accento quasi esclusivamente sulle strutture e su una prospettiva tutta interna alla disciplina. Così, nei riferimenti generali, si legge:

La matematica, parte rilevante del pensiero umano ed elemento motore dello stesso pensiero filosofico, ha in ogni tempo operato su due fronti: da una parte si è rivolta a risolvere problemi ed a rispondere ai grandi interrogativi che via via l'uomo si poneva sul significato della realtà che lo circonda; dall'altra, sviluppandosi autonomamente, ha posto affascinanti interrogativi sulla portata, il significato e la consistenza delle sue stesse costruzioni culturali.

Oggi queste due attività si sono ancor più accentuate e caratterizzate.

La prima per la maggiore capacità di interpretazione e di previsione che la matematica ha acquistato nei riguardi dei fenomeni non solo naturali, ma anche economici e della vita sociale in genere, e che l'ha portata ad accogliere e a valorizzare, accanto ai tradizionali processi deduttivi, anche i processi induttivi. La seconda per lo sviluppo del processo di formalizzazione che ha trovato nella logica e nell'informatica un riscontro significativo.

Sono due spinte divergenti, ma che determinano, con il loro mutuo influenzarsi, il progresso del pensiero matematico [1, p. 105].

E nelle *Indicazioni didattiche* leggiamo:

Non ci si può illudere di poter partire dalla disciplina già confezionata, cioè da teorie e da concetti già elaborati e scritti, senza prendersi cura dei processi costruttivi che li riguardano. È invece importante partire da situazioni didattiche che favoriscano l'insorgere di problemi matematizzabili, la pratica di procedimenti euristici per risolverli, la genesi dei concetti e delle teorie, l'approccio a sistemi assiomatici e formali. Le fonti naturali di queste situazioni sono il mondo reale, la stessa matematica e tutte le altre scienze. Ciò lascia intravedere possibili momenti di pratica interdisciplinare, prima nella scoperta e nella caratterizzazione delle diverse discipline in base al loro oggetto e al loro metodo, poi nel loro uso convergente nel momento conoscitivo.

Dei processi di matematizzazione esistono modelli storici esemplari in grado di illustrarne anche le intrinseche difficoltà: si pensi alla matematizzazione pre-euclidea in ambito geometrico e al suo difficile rigoroso approdo euclideo-hilbertiano, al sistema formale dell'aritmetica, delle teorie riguardanti i numeri reali, alla logica, alla probabilità ecc.. In tal senso proprio la riflessione sul ruolo dei modelli e del linguaggio matematico in fisica e nei sistemi complessi della biologia e della sociologia fa cogliere la portata di questo riferimento anche per la didattica della matematica.

Il problema didattico centrale che si pone al docente nell'attuazione dei programmi risiede nella scelta di situazioni particolarmente idonee a far insorgere in modo naturale congetture, ipotesi, problemi. Per una pratica didattica così finalizzata, offrono prioritaria ispirazione i risultati delle ricerche in campo storico-epistemologico, in quello psico-pedagogico, nonché in quello metodologico-didattico [1, pp. 260-261].

Non abbiamo qui lo spazio per condurre in dettaglio un esame delle proposte della commissione Brocca, ma nelle righe che ho riportato mi sembra si possa cogliere il punto d'approdo di un lungo travaglio che ha visto impegnati, nell'arco di più di un secolo, figure importanti non solo per la matematica e il suo insegnamento, ma anche, e più in generale, per la cultura italiana, nel tentativo di tradurre in scelte concrete e praticabili, le esigenze di aggiornamento culturale della matematica e di continuo rinnovamento delle pratiche didattiche. La qualità di questa ricerca mette ancora di più in evidenza le responsabilità di un sistema politico che non fu in grado di tradurre queste importanti acquisizioni culturali e pedagogiche, nella matematica come nelle altre aree disciplinari, in una effettiva riforma della scuola secondaria.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Brocca, B. (a cura di), *Piani di studio della scuola secondaria superiore e programmi dei primi due anni*, Le Monnier, Firenze 1991.
- [2] Brocca, B. (a cura di), *Piani di studio della scuola secondaria superiore e programmi dei trienni*, Le Monnier, Firenze 1992.
- [3] Castelnuovo, E., Federigo Enriques e Guido Castelnuovo, *Bollettino dell'U.M.I.*, sezione A, (7) 11-A, 1997.
- [4] Castelnuovo, G., Il valore didattico della matematica e della fisica, *Rivista di Scienza*, I, 1907.
- [5] Castelnuovo, G., Sui lavori della Commissione Internazionale pel Congresso di Cambridge. Relazione del prof. G. Castelnuovo della R. Università di Roma, *Atti del II Congresso della Mathesis, Società italiana di matematica*, Premiata Società Cooperativa Tipografica, Padova 1909.
- [6] De Finetti, B., Come liberare l'Italia dal morbo della trinomite?, *Periodico di matematiche*, s. IV, 4, 1965.
- [7] D'Amico, N., *Storia e storie della scuola italiana*, Zanichelli, Bologna 2010.
- [8] Enriques, F., Insegnamento dinamico, *Periodico di matematiche*, s. IV, 1, 1921.
- [9] Enriques, F., La riforma Gentile e l'insegnamento della Matematica e della Fisica nella Scuola Media, *Cultura fascista*, 8, 1927.
- [10] Giacardi, L. (a cura di), *Da Casati a Gentile. Momenti di storia dell'insegnamento secondario della matematica in Italia*, Lumières Internationales, Lugano 2006.
- [11] Giacardi, L., L'insegnamento della matematica in Italia dall'Unità all'avvento del Fascismo, *Periodico di matematiche*, s. IV, 1, 1921.
- [12] Guerraggio, A., Nastasi, P., *Gentile e i matematici italiani*, Bollati Boringhieri, Torino 1993.
- [13] Guerraggio, A., Paoloni, G., *Vito Volterra*, Franco Muzzio, Roma 2008.
- [14] Klein, F., La mia vita, P. Nastasi (a cura di), *PRISTEM/Storia, Note di Matematica, Storia e Cultura*, 3-4, Springer-Verlag Italia, Milano 2000.
- [15] Pompeo Faracovi, O., Enriques, Gentile e la matematica, *Periodico di matematiche*, s. IV, 1, 1921.
- [16] Vailati, G., *Scritti*, a cura di M. Quaranta, III volume, Forni, Bologna 1987.
- [17] Vita, V., *I programmi di matematica per le scuole secondarie dall'Unità d'Italia al 1986*, Pitagora, Bologna 1986.