

La principessa e il matematico: questioni di filosofia naturale nelle "Lettres" di Euler¹

I primi due volumi delle *Lettres à une princesse d'Allemagne sur divers sujets de physique et de philosophie*, le lettere che tra il 1760 e il 1762 Euler scrive alla principessa d'Anhalt-Dessau, nipote di Federico II, escono a Pietroburgo nel 1768. Le *Lettres* sono ancora fresche di stampa quando Lagrange, scrivendo a d'Alembert il 1 giugno 1769, non esita a definirle un'opera che "per il suo onore Euler non avrebbe mai dovuto pubblicar^È". Sullo stesso tono è la pronta risposta (16 giugno) del matematico francese, che ancora non ha avuto modo di leggerle: "Non mi dispiacerebbe neppure di vedere le sue *Lettres*. Da quanto mi dite si tratta del suo commentario sull' *ApocalissÈ*'. Visibilmente, d'Alembert immagina che le *Lettres* di Euler siano qualcosa di assimilabile al trattato sull'Apocalisse di Newton. In ogni caso, la sua conclusione è perentoria: "Il nostro amico Euler è un grande analista, ma un pessimo filosofo".

A Berlino, dove Lagrange si è trasferito da qualche anno per prendere il posto di Direttore della Classe di scienze della locale Accademia, lasciato vacante da Euler ritornato a Pietroburgo, le comunicazioni con la capitale russa sono più spedite che a Parigi. Lagrange s'incarica di fargli avere una copia: "vi divertiranno - promette - per le sortite che vi troverete contro gli *esprits forts*". Come la seguente (Lettera 90), dove Euler risponde 'alle obiezioni che quasi tutti i sistemi filosofici rivolgono contro la preghiera'². Secondo Euler, "quando Dio ha stabilito il corso del mondo e ha disposto tutti gli avvenimenti che dovevano accadervi, ha prestato attenzione a tutte le circostanze che avrebbero dovuto accompagnare ciascun avvenimento", comprese le preghiere e i voti di "ciascun essere intelligente".

¹ Testo della Lezione Galileiana, tenuta il giorno 16 novembre a Pisa, presso il Centro Ennio De Giorgi nell'ambito di Pianeta Galileo 2007.

² Le citazioni dalle lettere di Euler sono tratte da: L. Euler, *Lettere a una principessa tedesca*, 2 voll., Bollati Boringhieri, Torino 2007.

Insomma, quando uno prega, dice Euler, non si deve immaginare che la preghiera pervenga solo allora a conoscenza di Dio, che l'ha già intesa "fin dall'eternità" e ha "disposto espressamente il mondo in favore di questa preghiera". Il suo compimento è dunque "una conseguenza del corso naturale degli avvenimenti", senza bisogno di alcun intervento miracoloso. Ecco perché "l'ordinamento del corso del mondo, una volta fissato, ben lontano dal rendere inutili le nostre preghiere, come sostengono gli *esprits forts*, accresce piuttosto la nostra fiducia" nel fatto che le nostre preghiere sono già "disposte nel piano del mondo". Non c'è dubbio che affermazioni come queste non potevano non divertire *esprits forts* come d'Alembert o Voltaire, materialisti che, scrive Euler nella Lettera 80, si vantano di quel titolo "quantunque vogliano bandire dal mondo l'esistenza degli spiriti, cioè degli esseri intelligenti e ragionevoli". Campioni di una "saggezza immaginaria", che "vogliono distinguersi dal popolo" anche se tutta la loro saggezza "trae la sua origine dal modo grossolano con cui si è ragionato sulla natura dei corpi, cosa che non torna certamente a loro gloria".

Nonostante le promesse, il 2 agosto Lagrange non ha ancora inviato l'opera all'amico. Ma in fondo non è cosa grave, egli si giustifica, poiché quelle *Lettres* "non hanno altro merito che quello di essere uscite dalla penna di un grande geometra". A stretto giro di posta, il 7 agosto d'Alembert, che nel frattempo ha avuto modo di avere tra le mani l'opera di Euler, gli risponde: "avete ben ragione a dire che non avrebbe dovuto far stampare quest'opera per il suo onore. È incredibile che un così gran genio come lui in geometria e in analisi sia in metafisica inferiore allo scolaro più piccino, per non dire così piatto e assurdo. È davvero il caso di dire *Non omnia eidem Dii dederÈ*".

L'opera che, secondo Lagrange e d'Alembert, per il suo onore Euler non avrebbe mai dovuto pubblicare, ebbe invece uno straordinario successo di pubblico, con traduzioni e ristampe innumerevoli, tanto da diventare un classico della divulgazione scientifica. Come nella migliore divulgazione, le *Lettres* si fanno leggere da tutti, e la principessa diventa la finzione per un interlocutore immaginario. La semplicità della prosa può trarre in inganno, ma non si tratta di una lettura superficiale. E neppure di un trattato, ridotto in forma divulgativa per comodità d'esposizione, anche se Euler è un maestro in quell'arte, come ha dimostrato con *l'Introductio in analysin infinitorum* (1748) e le più recenti *Institutiones calculi differentialis* (1755). Alle *Lettres* affida le sue convinzioni più profonde in materia di fisica e di metafisica, affrontando le diverse questioni in maniera tematica, per gruppi di

lettere.

Certo, con d'Alembert, si può rimproverare ad Euler la superficialità, se non addirittura la piattezza degli argomenti quando si tratta di metafisica e di religione, il suo dar credito ad ogni sorta di credenze, dagli spiriti agli spettri e agli angeli - dei quali si sofferma ad argomentare seriamente sulla liceità o meno di attribuir loro estensione e massa. Tuttavia non bisogna dimenticare il vero terreno su cui si muove Euler, quello della critica serrata delle teorie sostenute dalle filosofie contemporanee (dai cartesiani ai newtoniani ai seguaci di Wolff che dominavano nelle università tedesche) nel campo dei principi della scienza (della filosofia naturale, come allora si diceva). Le idee di Euler - lontano dall'essere risibili o degne di compatimento, come sembra suggerire d'Alembert - toccano punti delicati e controversi e rivelano una sicura originalità, alla quale non fu indifferente lo stesso Kant. D'altra parte, come vedremo, le sue idee non mancarono di esercitare una riconosciuta influenza anche sulle concezioni di filosofia naturale di Riemann.

In un frammento (senza data, ma con buona evidenza databile alla metà degli anni Cinquanta dell'Ottocento) Riemann scriveva infatti che il suo "lavoro principalÈ' riguardava non tanto i contributi matematici per cui è diventato celebre, ma una "nuova interpretazione delle leggi di natura" e riconosceva di essere stato condotto a queste ricerche dallo studio da un lato delle opere di Newton e Euler, e dall'altro, di Herbart". Non è certo un'indicazione bibliografica molto precisa, ma ci sono passi nelle *Lettres* di Euler che lasciano fondatamente congetturare che quell'opera (inserita insieme agli altri scritti di filosofia naturale nella cosiddetta edizione di Bruxelles (1838) delle opere di Euler) fosse sul tavolo di Riemann quando scriveva i frammenti e gli abbozzi di teoria unitaria dei fenomeni naturali, che ci sono pervenuti nelle carte del suo *Nachlass*.

I. Tra Descartes e Newton

Una delle grandi novità delle *Lettres* è data dal fatto che, in un quadro teorico che ormai vede il trionfo del newtonianesimo sulla filosofia cartesiana, Euler non esita a riprendere argomenti e tesi dei cartesiani, che si ritenevano oramai destinate all'archivio delle teorie errate di cui è ricca la storia della scienza.

Solo pochi anni prima, quelle tesi erano state messe in ridicolo

dall'ironia di Voltaire nelle sue *Lettres philosophiques* (1734): "Un francese che capiti a Londra trova che le cose sono molto cambiate nella filosofia come in tutto il resto. Ha lasciato il mondo pieno e lo trova vuoto. A Parigi l'universo lo si vede composto di vortici di materia sottile. A Londra nulla si vede di tutto questo. Da noi in Francia è la pressione della Luna a causare il flusso del mare; presso gli inglesi è il mare a gravitare verso la Luna". Al fondo, però, Voltaire doveva riconoscere che le 'metafisichÈ di entrambi i sistemi erano altrettanto oscure: "Presso i cartesiani tutto avviene per effetto d'un impulso incomprendibile; per Newton, invece, in forza di un'attrazione di cui non si conosce meglio la causa".

I cartesiani che dominavano nell'Accademia delle scienze di Parigi erano forse disposti a riconoscere la maggiore precisione matematica della teoria newtoniana rispetto alle troppo spesso vaghe formulazioni della fisica di Descartes – "una fisica matematica senza matematica", l'ha efficacemente definita Koyré - ma certo non erano pronti a dar credito né all'esistenza del vuoto né all'attrazione dei corpi celesti.

Le divergenze sul sistema del mondo si traducevano poi in una questione molto concreta: qual è la forma della Terra? "A Parigi ci si raffigura la Terra come un melone, a Londra come appiattita ai due poli" scriveva Voltaire. Infatti quella era la forma della Terra stando alla teoria cartesiana dei vortici, mentre Newton aveva concluso che per effetto della gravità e della rotazione attorno all'asse, "gli assi dei pianeti sono minori dei diametri perpendicolari ai medesimi assi". Per restare nel paragone di Voltaire, a Londra la Terra assomigliava ad un'arancia, piuttosto che a un melone.

Agli occhi di Voltaire, Newton incarna la scienza moderna. La scienza consapevole dei propri limiti, che si basa sui dati dell'esperimento e dell'osservazione, e si affida alla matematica e non a una metafisica *a priori* come invece fanno Cartesio e i suoi seguaci con le loro ipotesi fantastiche sulla natura e le proprietà della materia. Insomma, da una parte la verità trionfante, dall'altra l'errore. Nelle stesse *Lettres philosophiques* Voltaire (fingendosi Newton) aveva scritto, a proposito dell'attrazione, di aver scoperto una nuova proprietà della materia, di aver rivelato "uno dei segreti del creatorÈ' e di averne "calcolato e dimostrato gli effetti". E ai cartesiani obiettava che "a meritare la qualifica di qualità occulte sono i vortici, la cui esistenza non è mai stata dimostrata. Invece l'attrazione è una cosa reale, perché se ne dimostrano gli effetti e se ne calcolano le proporzioni". Quale ne è la causa? Voltaire nei panni di Newton non esitava a scrivere: "la causa di

questa causa è nel grembo di Dio”.

Una sentenza definitiva sembrava esser stata pronunciata dallo stesso Voltaire nella prefazione all’edizione francese dei *Principia* (1759) di Newton: “se vi fosse ancora qualcuno talmente stolto da difendere la materia sottile e scanalata, da affermare che la Terra è un Sole coperto da una crosta, che la Luna è stata trasportata nel vortice della Terra, che la materia sottile produce gravità e tutte quelle altre fantastiche opinioni che si sostituirono all’ignoranza degli antichi, si potrebbe allora dire: quest’uomo è un cartesiano; se poi credesse nelle monadi, si potrebbe dire: è un leibniziano. Ma non ci sono newtoniani, così come non ci sono euclidei. È privilegio soltanto dell’errore quello di dar nome a una setta”. Con la cruda efficacia della sua penna pungente Voltaire delinea il modo di sentire che si sta affermando, a Parigi come in tutta l’Europa colta. Quando Euler scrive le sue lettere, l’edizione francese dei *Principia* profuma ancora di inchiostro.

Nelle parole di Voltaire si trovano molti dei temi che Euler affronta in un gruppo di lettere sulla gravitazione universale e il ‘sistema del mondo’. Egli comincia (Lettera 45) con la discussione della forza di gravità o ‘pesantezza’, considerata come una proprietà generale di tutti i corpi conosciuti (perché, aggiunge Euler senza ironia, “potrebbero esserci corpi privi di peso, come i corpi degli angeli, che sono qualche volta apparsi”). Angeli e spettri a parte, che non conosciamo, tutti gli altri corpi a noi noti - conclude Euler - condividono questa proprietà della pesantezza.

Contrariamente a d’Alembert, che alla voce *Gravité* dell’*Encyclopédie* aveva distinto tra *pesanteur* e *gravité* (quest’ultima si riferisce solo alla causa che fa cadere i corpi, mentre la prima si riferisce talvolta all’effetto di questa forza su un corpo particolare) Euler usa indifferentemente i due termini, anche se quando parla del fenomeno proprio non solo della Terra, ma di tutti i corpi celesti, userà solo il termine ‘gravità’.

Al di là della terminologia, la questione filosofica fondamentale riguarda la natura di questa forza. Si tratta cioè di una forza che agisce ‘in modo invisibile sui corpi, spingendoli verso il basso’ oppure di una ‘qualità interna essenziale alla loro natura’? Insomma, la causa della pesantezza, della gravità, risiede fuori dai corpi, in qualche ‘materia sottile’ o invece è interna e peculiare ad essi? Si annuncia qui una questione assai dibattuta all’epoca, e che si ritrova nelle pagine di Euler, come un aspetto della più generale discussione sulla natura della gravitazione universale.

Euler introduce ‘la scoperta della gravitazione universale fatta

dal grande Newton' nella Lettera 52, dando credito al racconto della mela riportato dai primi biografi. Newton ha chiamato il suo sistema della gravitazione universale, dice Euler, perché tutti i corpi celesti sono dotati della proprietà che ogni corpo è 'sospinto' verso l'altro da una forza simile alla pesantezza o gravità e tuttavia questa forza "è assolutamente invisibile, noi non vediamo nulla che agisca sui corpi". L'uso dei termini non è indifferente. Quando si dice che un corpo è "sospinto" verso un altro si evoca l'idea di una forza esterna agente sul corpo. Alla voce *Attraction* dell' *Encyclopédie* d'Alembert aveva scritto che, "secondo l'uso comune di parlare si dice che un corpo *A* è attratto da un altro corpo *B* quando *A* è legato o attaccato a *B* mediante una corda, una correggia, un bastone; è così che un cavallo tira un carro o una barca". In generale, continua d'Alembert, si parla di attrazione tra due corpi quando "il primo comunica un movimento al secondo mediante qualche corpo posto fra i due". Inoltre, "i filosofi antichi e moderni" parlano di attrazione anche quando si vedono due corpi liberi, lontani tra loro, che si avvicinano reciprocamente, senza che se ne scorga la causa.

Euler riprende l'immagine di d'Alembert (Lettera 54) per concludere altrimenti: se vedessimo un carro seguire dei cavalli senza essere attaccato ad essi, e senza vedere corde o altri strumenti in grado di collegarli, non diremmo che il carro è attratto dai cavalli. Saremmo piuttosto portati a credere ("a meno che si tratti dell'effetto di qualche incantesimo") che il carro è spinto da una qualche forza, anche se noi non vediamo nulla. Altrove (Lettera 53) l'immagine che Euler suggerisce è quella del magnete, che attrae il ferro senza che ne sia data da vedere la causa, un fenomeno che a suo parere ("si è ormai sicuri") è dovuto a "una materia estremamente sottile che attraversa i pori del magnete e del ferro". Si può dunque parlare di attrazione del ferro da parte del magnete, a patto di non dimenticarne la causa. Analogamente, a suo parere, accade con l'attrazione gravitazionale.

2. Un'ipotesi controversa?

L'attrazione reciproca del Sole e degli altri pianeti spiega le perturbazioni dei moti planetari ("tutti questi disturbi sono stati verificati dall'esperienza, e ciò ha portato il sistema dell'attrazione universale al più alto grado di certezza, tanto che nessuno può più dubitare della sua verità"). Euler omette di ricordare che egli stesso vi

ha contribuito in maniera determinante, e che ancora pochi anni prima il grande matematico A. Clairaut – un newtoniano convinto, che aveva partecipato alla spedizione in Lapponia guidata da Maupertuis per misurare l'arco di meridiano e trovare conferma alle tesi di Newton – aveva letto all'Accademia di Parigi una memoria *Du système du monde dans les principes de la gravitation universelle* (1747) in cui annunciava la sensazionale conclusione che il moto reale della Luna, come risultava dalle osservazioni astronomiche, non sembrava in accordo con l'orbita teorica calcolata sulla base della teoria newtoniana. Fino a che punto era valida la legge dell'inverso del quadrato della distanza?

“Non vedo ancora la necessità di ricorrere ai vortici per rimediare alla legge del quadrato delle distanzÈ’, aveva scritto Clairaut ad Euler, tuttavia “tutta la gravitazione non mi sembra che un’ipotesi controversa”. Analoga l’opinione di Euler: la legge di Newton non gli sembrava sufficiente per “spiegare i fenomeni”. Nella *Theoria motuum planetarum et cometarum* (1744) Euler aveva trattato in maniera esaustiva il problema di due corpi che si attraggono secondo la legge di Newton, studiando in particolare i moti e le orbite delle comete. Le cose si complicano grandemente non appena si considerano tre corpi - il modello astratto del sistema Sole, Terra, Luna. Nella situazione reale, la presenza di altri pianeti complica ulteriormente le cose. Si hanno dei moti perturbati, e furono proprio le perturbazioni osservate nell’orbita della Luna a suggerire a Clairaut la necessità di un termine correttivo nella formula di Newton, ipotizzando che la legge di attrazione dovesse essere data dalla formula “ $1 / dist^2 +$ una piccola funzione delle distanze, abbastanza sensibile per distanze piccole come quella della Luna e pressoché nulle per delle grandi distanze.

Clairaut corredò la propria ipotesi con una serie di calcoli per mostrare che essa non era “né assurda né impossibile per se stessa”, mentre d’Alembert pensava a delle irregolarità nella figura e nella densità della Luna e congetturava l’esistenza di un’attrazione magnetica tra Terra e Luna responsabile delle irregolarità osservate. Esortando alla cautela, egli scriveva a Euler che “bisognava prendere tutto il tempo necessario per esaminare una questione così importantÈ’. Da parte sua, Euler proponeva all’Accademia di Pietroburgo di porre a concorso per il 1750 la questione se le irregolarità del movimento della Luna si accordassero o meno con la legge newtoniana, e comunque quale fosse la “vera teoria” che permettesse di determinare la posizione della Luna ad un dato istante.

Con una ritrattazione altrettanto clamorosa quanto la sua precedente

denuncia, Clairaut rinunciò alla propria ipotesi della necessità di termini correttivi e concorse al premio con una memoria *Théorie de la Lune déduite du seul principe d'attraction*. Euler, esitante di fronte agli argomenti di Clairaut, dopo aver rifatto alla sua maniera “i terribili calcoli” che queste ricerche imponevano, si convinse della correttezza del ripensamento di Clairaut. Mentre quest'ultimo infatti si serviva del metodo delle serie per rappresentare le soluzioni del sistema di equazioni differenziali che traduce analiticamente il problema, Euler aveva elaborato un proprio metodo (detto della variazione dei parametri o delle costanti d'integrazione) che sarà poi ripreso e perfezionato da Lagrange e Laplace nei loro lavori di meccanica celeste.

Un'ulteriore conferma veniva a Clairaut dalla corretta previsione del ritorno della cometa di Halley, della quale nel 1759 egli riuscì a determinare con esattezza il perielio. Euler ne faceva implicito riferimento nella Lettera 61, affermando che solo da quando ‘il grande Newton’ ha scoperto le vere forze che agiscono sulla Luna i matematici e gli astronomi si sono progressivamente avvicinati alla verità. “Io stesso vi ho impiegato molto tempo”, affermava Euler, e solo da dieci anni, ossia dall'epoca della discussione con Clairaut, “ci si può vantare di avere sufficienti conoscenze sul movimento della Luna”, e di saper prevedere le eclissi di Luna con un'esattezza al punto da non sbagliarci neppure di un minuto. Ma aver ristabilito la correttezza della legge di Newton, e il suo accordo con i dati d'osservazione, non significava affatto aver risolto una volta per tutte i problemi sollevati dalla sua teoria dell'attrazione.

3. Qualità occulte?

Se è dunque incontestabile, “un fatto provato con le ragioni più solide, che il sistema del mondo è soggetto ad una gravitazione generale, dice Euler (Lettera 54), si discute invece, e molto, se lo si debba chiamare un *impulso* o un *attrazione*. Com'è evidente, il nome da solo non cambia nulla della cosa stessa. Ma è altrettanto evidente che i diversi nomi fanno riferimento a diverse filosofie della natura, cartesiana per chi crede agli impulsi, newtoniana per chi crede nell'attrazione. Se si vuole “penetrare i misteri della natura”, afferma Euler, è di estrema importanza decidere se i corpi celesti agiscono gli uni sugli altri per impulso o per attrazione. In altre parole, “se è una materia sottile e invisibile ad agire sui corpi e a spingerli gli uni verso gli altri” o se

invece i corpi si attirano l'un l'altro per una "qualità nascosta e occulta" della quale i corpi stessi sono dotati.

Prima di affrontare lo spinoso argomento Euler si sofferma sui fenomeni dell'attrazione universale, spiega come funziona il 'sistema del mondo', il moto dei corpi celesti comprese le loro irregolarità, e il fenomeno delle maree, discutendo in maniera particolareggiata (Lettere 62-67) il fenomeno del flusso e riflusso del mare. Ma spiegare questo fenomeno significa ancora una volta prendere posizione tra cartesiani (che spiegavano le maree con la pressione esercitata dalla Luna sull'atmosfera terrestre) e newtoniani (che invece ricorrevano all'attrazione della Luna sulla Terra). E per Euler non c'è dubbio che la spiegazione newtoniana sia quella corretta, e falsa quella di Cartesio, anche se a lui va attribuito il merito di aver per primo riconosciuto il ruolo decisivo della Luna.

Quanto alla natura della forza di attrazione gravitazionale, le opinioni erano quanto mai controverse. Newton aveva dichiarato che, in mancanza di evidenze, preferiva limitarsi alla formulazione matematica degli effetti della gravità. "Non considero le cause e le sedi fisiche delle forze, aveva avvertito Newton nei *Principia*, affermando poi di usare "le parole attrazione, impulso, o propensione di qualcosa verso un centro indifferentemente e promiscuamente una per l'altra; visto che queste forze sono considerate non fisicamente ma matematicamente. Per cui il lettore si guardi dal credere che io con quelle parole abbia voluto definire una specie o un modo d'azione o una causa o una ragione fisica, o che io, se per caso parlerò di centri che attirano, o di centri muniti di forza, attribuisca le forze, in un senso reale e fisico, a centri (che sono soltanto punti matematici)".

L'avvertenza di Newton non aveva contribuito molto a chiarire le cose. Cosa significava, infatti, dire che le forze erano soltanto dei concetti matematici? E poi c'era l'ambiguità insita nei termini 'attrazione e 'impulso' che Newton dichiarava di usare indifferentemente l'uno per l'altro o, come precisava nell'introduzione alla sezione XI del libro I, di considerare "le forze centripete come attrazioni, sebbene forse parlando il linguaggio dei fisici (*physice loquendo*) sarebbe più corretto chiamarle impulsi (*verius dicantur impulsus*)". Ma i due termini non erano affatto equivalenti, anzi, come si è detto, facevano riferimento a due diverse filosofie.

Newton aveva ripreso la questione nello *Scholium* che conclude quella sezione, precisando di assumere la parola 'attrazione' nel significato di "una qualsiasi tendenza dei corpi ad accostarsi l'uno

all'altro". Quanto all'origine di questa 'tendenza', Newton non aveva preso esplicitamente posizione, limitandosi ad affermare che poteva dipendere "dall'azione dei corpi per effetto del loro mutuo cercarsi, oppure per effetto di spiriti emessi che li muovono continuamente". O ancora, quella 'tendenza' poteva aver origine "dall'azione dell'etere, o dell'aria, o di un qualunque mezzo corporeo o incorporeo che spinge in un modo qualsiasi i corpi che vi nuotano dentro l'uno verso l'altro". E nello stesso senso aveva assunto la parola 'impulso', ribadendo quanto aveva detto nelle definizioni introduttive, dove aveva affermato di prendere in esame non le specie delle forze e le qualità fisiche, ma le quantità e le proporzioni matematiche.

Secondo Koyré, "la posizione di Newton sembra dunque perfettamente chiara", e appare sorprendente che gli fosse attribuita l'idea di una azione a distanza della forza di attrazione insita nei corpi. Tuttavia, contrariamente a quanto mostrava di ritenere Koyré, per i contemporanei la posizione newtoniana non era affatto chiara e, considerando quanto scrive Newton in più luoghi a proposito di forze di attrazione (che agiscono sui corpi e non sui punti matematici, che sono direttamente proporzionali alle masse e inversamente al quadrato delle loro distanze, che dipendono dalla natura e dalla quantità dei corpi, come avviene nelle calamite, che agiscono senza che si precisino mai quali sono i mezzi che trasmettono queste forze a distanza) non è affatto sorprendente che gli si attribuisse l'idea di azione a distanza. Come infatti avvenne.

Né la pubblicazione dell'*Ottica* contribuì molto a chiarire le cose. Nelle *Queries* poste in appendice egli sosteneva l'azione a distanza dei corpi sulla luce, e ancora "contro quanti vogliono i cieli pieni di mezzi fluidi, a meno che non siano straordinariamente rarefatti, si può obiettare che i pianeti e le comete solcano i cieli in ogni possibile direzione con moti regolari e permanenti. Ciò dimostra pertanto che i cieli sono privi di ogni sensibile resistenza". D'altra parte, nelle lettere a Bentley del 1692 Newton aveva dichiarato che non pretendeva affatto di conoscere la causa della gravità, ma aveva protestato contro l'idea materialistica che la gravità fosse una proprietà "essenziale" dei corpi, ribadendo con forza che era inconcepibile che la materia bruta e inanimata potesse, senza alcun mezzo interposto, esercitare una qualunque azione su altra materia senza un mutuo contatto. L'idea di azione a distanza attraverso il vuoto gli sembrava una tale assurdità, che nessuna persona competente in faccende filosofiche avrebbe potuto darle credito. Ma le lettere di Newton a Bentley furono pubblicate solo

nel 1765, cinque anni dopo che Euler aveva scritto le sue *Lettres*.

Quanto alla gravità, Newton aveva chiarito nella III delle *Regulae philosophandi* enunciate a partire dalla seconda edizione dei *Principia*, di non considerarla una proprietà “essenzialÈ’ dei corpi, come invece lo erano l’estensione, la durezza, l’impenetrabilità, la mobilità e la forza d’inerzia. Quest’ultima era la sola forza insita nei corpi. Lo stesso Newton, nello *Scholium generale*, apposto dalla seconda edizione a chiusura dei *Principia*, dopo aver criticato la teoria cartesiana dei vortici, aveva riconosciuto di aver spiegato i fenomeni del cielo e del mare ricorrendo alla forza di gravità senza aver mai determinato la causa di tale forza. “Questa forza - affermava Newton - nasce interamente da qualche causa che penetra fino al centro del Sole e dei pianeti, senza diminuzione della capacità, e opera non in relazione alla quantità delle superfici delle particelle sulle quali agisce (come le cause meccaniche)” - in altre parole non è legata all’estensione dei corpi, come pensavano i cartesiani - “ma in relazione alla quantità di materia solida”. È il passo che si conclude con la celebre affermazione *hypotheses non fingo* sulle ragioni delle proprietà della gravità. Nonostante le reiterate proteste e affermazioni di Newton, l’idea che la gravità fosse una proprietà insita dei corpi finì per affermarsi anche negli ambienti di più stretta osservanza newtoniana.

È nella Lettera 68 che Euler comincia a delineare la sua presa di distanza da Newton *sul terreno filosofico*. Guardiamo - dice Euler - a quanto accade alla superficie della Terra. I newtoniani dicono che è la Terra ad attirare i corpi con una forza che le appartiene in virtù della sua stessa natura; i cartesiani invece affermano che è l’etere, o un’altra materia sottile e invisibile, a spingere i corpi in basso in modo che l’effetto sia identico, nell’un caso come nell’altro. “Quest’ultima opinione - afferma Euler - piace più a coloro che in filosofia preferiscono i principi chiari, perché non riescono a vedere come due corpi lontani possano agire l’uno sull’altro senza un mezzo comune”. Come si vede, quella che è messa in causa da Euler è la possibilità di un’azione a distanza. Il fatto che due corpi possano agire l’uno sull’altro a distanza, in mancanza di un mezzo interposto. Per darne conto, i newtoniani ricorrono all’onnipotenza divina, “e sostengono che Dio ha infuso in tutti i corpi una forza che li rende capaci di attirarsi reciprocamente. Quantunque sia pericoloso stare a discutere su ciò che Dio avrebbe potuto fare - obietta Euler - sostenere nondimeno che l’attrazione è un’opera diretta dell’onnipotenza divina e non è fondata nella natura dei corpi, sarebbe come dire che Dio spinge immediatamente i corpi gli uni verso gli altri,

che cioè avvengono continui miracoli”.

Immaginiamo che Dio al momento della creazione avesse creato due soli corpi, fermi e lontani l'uno dall'altro, e che oltre ad essi non esistesse assolutamente nulla. Ebbene, si chiede Euler, come sarebbe stato possibile che essi avessero una tendenza ad avvicinarsi? In che modo avrebbero potuto accorgersi l'uno dell'altro? E poi, come avrebbero potuto desiderare di avvicinarsi? Qui il linguaggio di Euler è volutamente antropomorfo, perché l'argomento che egli vuole criticare sembra richiamare in vita la fisica 'antropomorfa' degli antichi, che attribuivano scopi e finalità agli oggetti materiali quando per esempio parlavano di corpi che tendevano al loro luogo naturale.

“Sono idee che ripugnano al nostro intelletto, dichiara senza mezzi termini Euler. Ma se si suppone che lo spazio fra i corpi è riempito di una materia sottile, si comprende subito che se tale materia può agire su di essi, spingendoli, l'effetto sarebbe lo stesso come se si attirassero reciprocamente. E poiché noi sappiamo che tutto lo spazio fra i corpi celesti è riempito da una materia sottile, chiamata etere, sembra più ragionevole attribuire la reciproca attrazione dei corpi a un'azione che l'etere esercita su di essi, quantunque ce ne resti ignoto il modo, piuttosto che ricorrere a una qualità inintelligibile. Gli antichi filosofi si sono contentati di spiegare i fenomeni del mondo con questo genere di qualità che essi chiamavano occulte, dicendo per esempio che l'oppio fa dormire per una sua qualità occulta che lo rende adatto a procurare il sonno. È come non dire assolutamente nulla o meglio ancora, è come voler nascondere la propria ignoranza; così si dovrebbe considerare l'attrazione come una qualità occulta, in quanto la si spaccia per una qualità essenziale dei corpi; ma poiché oggi ci si sforza di bandire dalla filosofia tutte le qualità occulte, anche l'attrazione, presa in questo senso, dovrebbe essere bandita”.

L'accusa alla filosofia naturale di Newton di richiamare in vita le qualità occulte non era certo nuova. Per Huygens il principio di attrazione era assurdo, e non dissimile era l'opinione di Leibniz, che aveva anche criticato il ricorso all'onnipotenza divina per giustificare la presenza nella materia della proprietà di attrarre i corpi. Questi argomenti erano diventati alla lunga un luogo comune delle critiche a Newton, così come le risposte dei newtoniani. Questi argomenti avevano trovato espressione nella *Théorie des tourbillons cartésiens avec des réflexions sur l'attraction* (1752) di Fontenelle, dove scriveva che noi vediamo chiaramente cosa accade quando un corpo *A* in movimento urta un corpo *B* in quiete. L'impulso o l'urto, dice Fontenelle, avrà certo

un effetto. Ma se *A* e *B* sono entrambi in quiete e a distanza tra loro, non segue affatto che essi debbano muoversi l'uno verso l'altro. Anzi, egli aggiunge, non solo non si vede la necessità di alcun effetto, ma se ne vede l'impossibilità.

La risposta a queste obiezioni era venuta, tra gli altri, da d'Alembert, alla voce *Impulsion* dell'*Encyclopédie*. La proprietà dei corpi, per la quale un corpo comunica il movimento a un altro, è "qualcosa di molto oscuro", dice d'Alembert. Quando un corpo urta un altro corpo e lo rimuove dal suo posto ci meraviglia quasi altrettanto quanto ci meraviglia il fatto che un pezzo di ferro si muova verso un magnete o un grave cada verso terra. Insomma, conclude d'Alembert, non si facciano illusioni i cartesiani: "è un errore credere che l'idea di impulso non racchiuda in sé nessuna oscurità e volere, escludendo qualsiasi altro principio, considerare questa forza come la sola che produca tutti gli effetti della natura".

Per quanto radicale sia il rifiuto di Euler delle qualità occulte, non sta in ciò l'aspetto più interessante del lungo passo sopra riportato. L'aspetto più interessante è che la critica degli argomenti dei newtoniani sia fatta propria da un uomo come Euler, che sul piano matematico sta certamente dalla parte di Newton, che ne sostiene con decisione le teorie, ma che con altrettanta decisione ne critica la filosofia (o quella che egli riteneva essere la sua filosofia) per contrapporvi invece l'idea di un mondo pervaso di materia sottile, responsabile dell'attrazione dei corpi. Un mondo pieno contrapposto al mondo vuoto dei newtoniani.

D'altra parte, Euler è anche un convinto (e isolato) sostenitore della teoria ondulatoria della luce, una posizione largamente minoritaria nel suo secolo, che aveva universalmente accettato la teoria corpuscolare proposta da Newton. E la teoria ondulatoria, come Euler sottolinea nella Lettera 18, è a suo dire incompatibile con la concezione di uno spazio vuoto. Se lo spazio tra il Sole e la Terra fosse assolutamente vuoto, argomenta Euler, i raggi della luce solare non potrebbero giungere sulla Terra, perché si propagano in maniera analoga al modo in cui, per mezzo dell'aria, si propaga il suono di una campana. Ammesso che un vuoto perfetto esista tra i corpi celesti, non ci sarebbe alcun mezzo in grado di trasmettere la luce, e non resterebbe altra opinione da seguire se non quella della teoria dell'emanazione sostenuta da Newton che, sostiene Euler, si è visto "costretto" a sostenere che i raggi sono una parte del corpo luminoso (il Sole) "lanciata con terribile forza" verso la Terra.

4. Principi

La questione `metafisica' sulla possibilità o meno che i corpi possano essere dotati di una forza 'interna' quale la forza di attrazione comporta per Euler un'analisi più ravvicinata della natura e dell'"essenza" dei corpi (Lettera 69). Per cominciare, Euler ha buon gioco nel mostrare che hanno torto Cartesio e i cartesiani ad affermare che la natura dei corpi consiste nell'estensione. Non è vero che tutto ciò che ha estensione sia anche un corpo. Per esempio, l'idea di spazio racchiude un'estensione a tre dimensioni, osserva Euler, ma uno spazio non costituisce un corpo, se mai il luogo che i corpi occupano. Si potrebbe pensare che la mobilità sia necessaria per poter parlare di corpo. Ma oltre la mobilità e l'estensione, occorre la materia, che "è ciò che distingue un corpo reale da una semplice estensione. E, a ben vedere, osserva Euler, il carattere generale che conviene a qualsiasi materia è l'impenetrabilità. È questa qualità che dà ragione, per esempio, dell'urto fra i corpi. Questa proprietà dei corpi, afferma Euler, "costituisce la grande forza che ha la natura per compiere tutte le sue produzioni", e consente di far luce sulla natura dei corpi e sui principi di tutti i movimenti.

Euler è dichiaratamente newtoniano quando, per esempio nelle *Reflexions sur l'espace et le temps* (1750), prima ancora che nelle *Lettres*, afferma che lo spazio e il tempo assoluto, così come lo immaginano i matematici, "sono delle cose reali, che sussistono anche al di fuori della nostra immaginazione", riprendendo quanto Newton aveva detto in proposito nei *Principia*: "Lo spazio assoluto, per sua natura senza relazione ad alcunché di esterno, rimane sempre uguale e immobile. Lo spazio relativo è una dimensione mobile, o misura dello spazio assoluto, che i nostri sensi definiscono in relazione alla sua posizione rispetto ai corpi". E, analogamente, Newton definisce il tempo assoluto, vero e matematico e quello relativo, apparente e volgare.

D'altra parte, i corpi sono in luoghi o occupano luoghi. Cosa sono i luoghi? Un luogo, dice Newton, è la parte dello spazio che è occupata da un corpo, e può essere, a seconda dello spazio, assoluto o relativo. E come per lo spazio, assoluto e relativo, così ci sono due tipi di movimento, assoluto e relativo. "I metafisici hanno torto - protesta con vigore Euler - quando vogliono bandire completamente dal mondo lo spazio e il luogo, sostenendo che sono solo idee astratte e immaginari". D'altra parte, egli aggiunge, le idee di spazio e tempo sono sempre andate di pari passo: chi nega la realtà del primo nega anche la realtà del secondo, e viceversa. Chi sono i 'metafisici' con cui

polemizza Euler? Sono i cartesiani, che confondono l'idea di estensione con quella di luogo. Sono i seguaci di Leibniz e Wolff, che pensano che il tempo non sia altro che l'ordine di successioni, e rigettano l'idea di luogo dei matematici per ricorrere invece a quella di relazione con altri corpi, mediante la quale essi credono ad esempio di poter spiegare il principio d'inerzia.

Euler è newtoniano quando nelle *Reflexions* fa propria come "una verità incontestabile" la prima legge di Newton, verità che ribadisce nelle Lettere 72 e 73 affermando che 1) un corpo, una volta in quiete, conserverà eternamente questo stato, a meno che sia posto in movimento da una causa esterna, 2) un corpo, una volta in movimento, conserverà eternamente questo suo movimento nella stessa direzione e con la stessa velocità, si muoverà cioè di moto uniforme secondo una linea retta, a meno che non sia disturbato da una causa esterna. Su queste proposizioni, dice Euler, si fonda tutta la scienza del moto.

Newton attribuisce a Galileo il principio di inerzia. Nelle *Istorie e dimostrazioni intorno alle macchie solari e loro accidenti* Galileo aveva scritto "e però, rimossi tutti gli impedimenti esterni, un grave [...] in quello stato si conserverà nel quale una volta sarà stato posto: cioè se sarà messo in stato di quiete, quello conserverà, e se sarà posto in movimento, v. g. verso occidente, nello stesso si manterrà". Apparentemente, Galileo ha in mente un movimento "nella superficie sferica e concentrica alla Terra", osserva Koyré, e dunque sta illustrando un' "inerzia circolarè", per così dire. Se davvero, come affermava Newton, il principio d'inerzia si deve a Galileo è questione che ha diviso l'opinione degli storici della scienza. Secondo Koyré, Galileo "distrusse, è vero - e fu un suo grande merito - la concezione scolastico-aristotelica del movimento come processo, affermandone la perpetua conservazione; tenne fermo, cioè, che un corpo, una volta in movimento, continua a muoversi all'infinito né mai rallenta o si arresta, a meno che, naturalmente, non incontri resistenze contrarie. Ma anch'egli ritenne questa conservazione propria del movimento circolare, eterno movimento dei corpi celesti e della Terra". Come in fondo pensavano gli antichi, che consideravano il moto circolare dei cieli l'unico moto realmente perpetuo e uniforme. Si potrebbe obiettare a Koyré - ma egli stesso lo riconosce - che Galileo, pur se non parlava esplicitamente di moto in linea retta, parlava di moto (uniforme) orizzontale o su un piano orizzontale. D'altra parte, intendendo il movimento (uniforme) come uno stato, e non come un processo di mutamento, Galileo eliminava con ciò la necessità di una causa o di un motore. Se il movimento (rettilineo uniforme) è uno stato,

come la quiete, un corpo in movimento può perseverare in quello stato, come nello stato di quiete, senza dover ricorrere a forze o cause che lo mantengano in moto.

La proprietà di restare nello stesso stato (di quiete o di moto rettilineo uniforme) a meno che intervenga qualche forza esterna, commenta Euler, compete necessariamente a tutti i corpi in quanto composti di materia. Quanto alla forza d'inerzia, nell'*Ottica* Newton aveva scritto che essa è "quel principio passivo per il quale i corpi persistono nel loro stato di movimento o di quiete, ricevono un movimento sempre proporzionale alla forza motrice, e resistono tanto quanta è la resistenza che si oppone loro. Ma da questo solo principio non potrebbe mai originarsi in tutto l'universo alcun movimento. Per il movimento dei corpi era assolutamente necessario un altro principio" un principio attivo quale appunto la gravità.

Per Euler le cose stanno altrimenti. Nella *Enodatio questionis: utrum materiae facultas cogitandi tribui posse necne?* (1746) egli aveva affermato che il principio d'inerzia rendeva impossibile concepire l'attrazione come una forza originaria della materia. Come si poteva concepire che un corpo potesse essere dotato al tempo stesso della proprietà di permanere nel suo stato di quiete o di moto rettilineo uniforme e di un 'principio attivo' del tutto opposto come quello dell'attrazione? "Dal momento che la forza di cambiare continuamente il proprio stato è direttamente contraria alla forza di permanere nel proprio stato, è chiaro che una forza di quel genere non può essere attribuita ai corpi, più di quanto lo sia la mancanza di estensione e di impenetrabilità. Su questa base sarà facile confutare la forza di attrazione di cui i filosofi inglesi credono siano forniti i corpi". Una tesi attaccata da d'Alembert nella voce *Force d'inertie* dell'*Encyclopédie*. "Un dotto geometra del nostro tempo sostiene che l'attrazione, se la si considera come un principio diverso dall'impulso, è contraria al principio della forza d'inerzia, e quindi non può appartenere al corpo". Ebbene, osserva d'Alembert, a questo argomento è sufficiente obiettare che 1) la tendenza dei corpi a muoversi gli uni verso gli altri, qualsiasi possa essere la causa, è una legge di natura, la cui verità è confermata dall'osservazione dei fenomeni; e 2) che se questa tendenza non è prodotta dall'impulso, la presenza di un altro corpo basta ad alterare il moto di un corpo che si muove e l'azione di un corpo su di un altro, esercitata a distanza, non contraddice la verità di questo principio.

Ma per Euler è proprio l'idea di azione a distanza a dover essere messa in discussione. Anche il termine *forza* a suo parere è usato

impropriamente a proposito dell'inerzia. Col quel termine egli intende, infatti, tutto ciò che è capace di cambiare lo stato di un corpo. È quanto accade quando un corpo in quiete viene posto in movimento, e quando, se in movimento, cambia direzione e velocità. In una parola, quelle forze sono sempre esterne al corpo in cui è avvenuto il cambiamento. Al contrario dell'inerzia, che esiste nel corpo stesso ed, anzi, è una sua proprietà essenziale. Da qui la conclusione che "l'inerzia è una quantità: è la stessa quantità di materia che un corpo contiene, e poiché quella quantità di materia non è altro che la massa, "la misura dell'inerzia è la stessa misura della massa". Ecco a cosa si riduce la nostra conoscenza dei corpi.

Euler non crede all'azione a distanza. A suo parere, anche le forze che agiscono sui corpi celesti potrebbero benissimo essere prodotte dalla materia sottile che circonda i corpi celesti. Anzi, "l'opinione che l'attrazione sia essenziale ad ogni materia è sottoposta a tali inconvenienti, che non è possibile accoglierla in una filosofia ragionevole. È meglio credere che ciò che si chiama attrazione sia una forza contenuta nella materia sottile che riempie tutto lo spazio del cielo, quantunque non si sappia in che modo. Ci si deve abituare a confessare la propria ignoranza su un gran numero di altre cose importanti".

Qual è la conclusione di Euler? A suo parere, l'inerzia e l'impenetrabilità dei corpi - che per Newton hanno carattere passivo e necessitano di un principio attivo come la gravità - costituiscono invece i principi di qualsiasi movimento, mentre la nozione di forza, lontano dall'essere una nozione originaria che si possa riferire a qualche realtà insita nei corpi, è una nozione derivata da essi. Abbiamo visto il ruolo da Euler assegnato all'inerzia. Quanto all'impenetrabilità, essa costituisce la ragione o causa del cambiamento nello stato di un corpo. Opporsi alla penetrazione, dice Euler, non significa altro che "dispiegare le forze necessarie a impedirla". La conclusione, al termine di questa lunga discussione, è enunciata in chiusura della Lettera 77: "È dunque l'impenetrabilità dei corpi a costituire la vera origine delle forze che cambiano continuamente lo stato dei corpi nel mondo: questa è la vera spiegazione del grande mistero che ha tanto tormentato i filosofi".

5. Nuovi principi

Le idee di Euler, e in particolare la tesi che l'origine dell'attrazione gravitazionale risieda nella materia sottile che riempie lo spazio, trovano eco in pagine di Riemann ritrovate nel suo *Nachlass*. L'appunto è datato 1 marzo 1853. Riemann non esita a intitolarlo *Nuovi principi matematici della filosofia naturale*. Il titolo di per sé è tanto eloquente, quanto ambizioso e dichiarato è l'intento: trovare una formulazione unitaria dei fenomeni naturali, in grado di dar conto non solo della gravitazione, ma anche della propagazione della luce e dei fenomeni elettrici e magnetici.

Riemann assume che lo spazio sia pieno di una sostanza elastica, omogenea e isotropa - *Stoff* nelle sue parole, sia essa la materia sottile o l'etere - le cui deformazioni sono responsabili dell'origine e della propagazione delle forze. Riemann si richiama non solo ad Euler, ma anche a Newton, e a sostegno delle proprie affermazioni cita proprio il passo della lettera a Bentley sopra ricordato, in cui Newton dichiara apertamente di ritenere del tutto insensata l'idea che corpi a distanza possano agire l'uno sull'altro senza alcun mezzo interposto.

Per studiare lo spazio che circonda una particella di *Stoff*, Riemann introduce un sistema di coordinate cartesiane e considera una particella nel punto $O(x_1, x_2, x_3)$ al tempo t , e nel punto $O'(x'_1, x'_2, x'_3)$ al tempo t' (dove le x'_i sono funzioni di x_1, x_2, x_3). Allora, afferma Riemann, le corrispondenti forme differenziali ds^2 e ds'^2 si possono esprimere come

$$ds'^2 = \sum G_i^2 ds_i^2$$

$$ds^2 = \sum ds_i^2$$

dove s_i ($i = 1, 2, 3$) è una (nuova) base opportuna. Riemann chiama le G_i - 1 dilatazioni principali. La ragione risiede nella teoria classica dell'elasticità, che consente infatti di interpretare il risultato di Riemann come la variazione $\delta(ds^2) = ds'^2 - ds^2$, che egli suppone capace di produrre una forza in grado di modificare la particella di etere in modo tale che la particella stessa, reagendo a questa deformazione, propaghi le forze fisiche nello spazio. La deformazione della particella di etere è ricondotta ad una variazione della metrica, al fatto che la metrica varia (in generale) da punto a punto.

Non ci interessa qui seguire nel dettaglio i calcoli di Riemann: il

manoscritto si interrompe dopo qualche pagina e non sembra che con quei calcoli si possa andare molto lontano. È invece ragionevole affermare che in quel manoscritto di filosofia naturale si trovano le motivazioni delle idee sui fondamenti della geometria che egli presenterà nel 1854 nella sua lezione sulle ipotesi che stanno alla base della geometria. Infatti, dopo aver definito la metrica associando ad una varietà n -dimensionale la forma fondamentale

$$\Phi = \sum_{i,j=1} g_{ij} dx^i dx^j$$

Riemann si propone di determinare le condizioni necessarie e sufficienti per cui le forme Φ e $\Phi' = \sum_{i,j=1} g'_{ij} dx'^i dx'^j$ si trasformino l'una nell'altra. Questo equivale a risolvere il sistema

$$\sum_{i,j=1} g_{ij} dx^i dx^j = \sum_{i,j=1} g'_{ij} dx'^i dx'^j$$

che non è altro che una generalizzazione a una varietà n -dimensionale del sistema

$$\sum dx_i^2 = \sum dx'_i^2$$

che Riemann aveva considerato nel suo manoscritto di *Naturphilosophie*. Nelle conclusioni della sua lezione Riemann congetturava che se, come egli sembrava credere, la realtà sulla quale si fonda lo spazio non è data da una varietà discreta, allora "il fondamento dei rapporti metrici deve essere cercato al di fuori di essa, nelle forze di legame che agiscono su di essa". Per decidere della cosa, concludeva Riemann bisognava apportare alla concezione newtoniana dei fenomeni fisici "le successive modificazioni richieste dai fatti che essa non può spiegarÈ'. Nient'altro che criptiche allusioni, che dovevano tuttavia rivelare il loro valore profetico oltre mezzo secolo più tardi nelle pagine di Einstein.

Umberto Bottazzini
Università Statale di Milano